

# 6. Lineární regresní modely

6.1 Jednoduchá regrese a validace

6.2 Testy hypotéz v lineární regresi

6.3 Kritika dat v regresním tripletu

6.4 Multikolarita a polynomy

6.5 Kritika modelu v regresním tripletu

6.6 Kritika metody v regresním tripletu

**6.7 Lineární a nelineární kalibrace**

7. Korelační modely

# Kalibrace

Skládá se z fází:

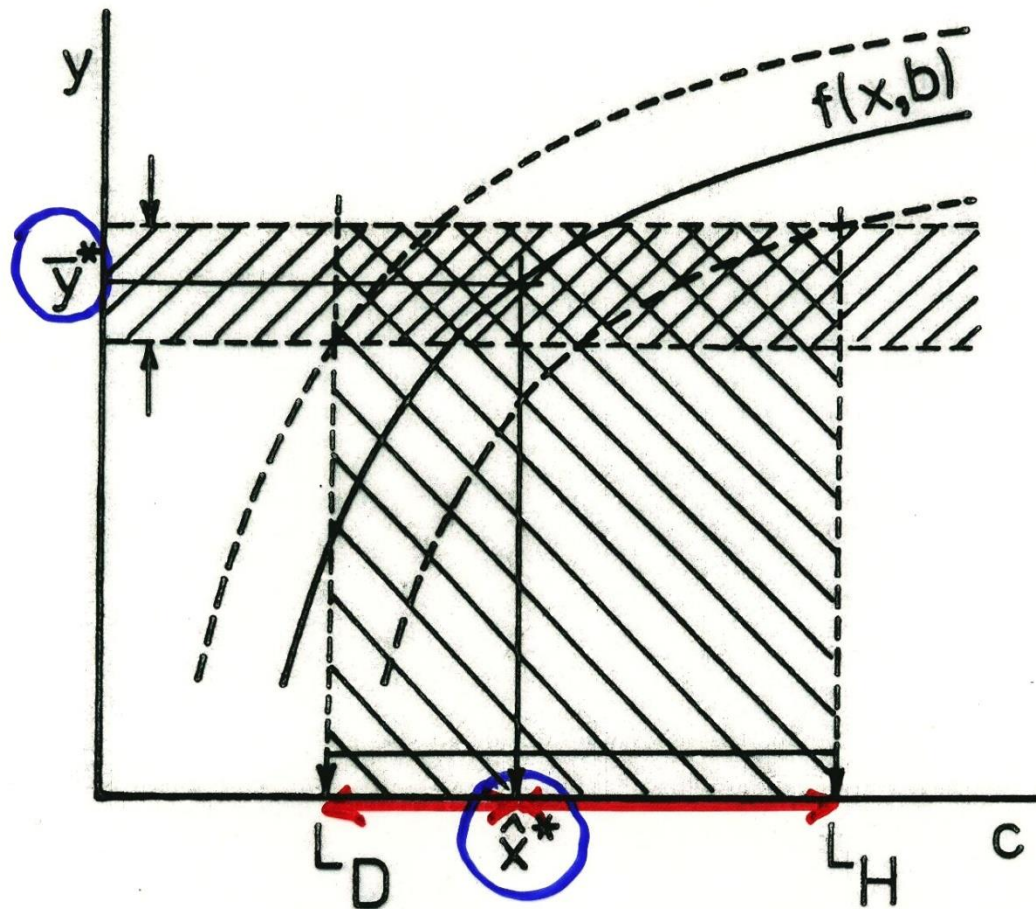
- a) sestavení kalibračního modelu,
- b) použití kalibračního modelu.

## Druhy kalibrace a kalibrační modely

1. Absolutní kalibrace: vztah signálem  $y$  a veličinou  $x$ ,  
kde

$y$  je měřený signál (potenciál  $E$ , napětí článku  $U$ , proud  $I$ , elektrický odpor  $R$ , pH, absorbance  $A$ , atd.,)

$x$  je stav nebo vlastnost systému (obsah  $m$ , objem  $V$ , koncentrace  $c$ , teplota  $t^\circ$ , čas  $\tau$ , atd.).



2. Komparativní kalibrace: přístroj se kalibruje vůči druhému, např. *absorbance* (1. metoda) a *titračně* (2. metoda).

# Hledání kořene rovnice $\hat{\mathbf{x}}^* = \mathbf{f}^{-1}(\mathbf{y}^*)$

Na základě Taylorova rozvoje lze nalézt pro rozptyl

$$D(\hat{\mathbf{x}}^*) \approx \left[ \frac{\delta \mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{b})}{\delta \mathbf{x}} \right]^{-2} \left[ \frac{D(\mathbf{y}^*)}{M} + D(\mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{b})) \right]$$

kde  $D(\mathbf{y}^*)$  je rozptyl  $\mathbf{y}^*$ -nových hodnot obyčejně  $\sigma^2$ ,

$D(\mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{b})) = D(\hat{\mathbf{y}})$  je rozptyl predikce,



Pro lineární regresní modely je rozptyl predikce roven

$$D(\hat{y}_P) = \sigma^2 \left[ \frac{1}{n} + \frac{(x - \bar{x})^2}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \right] = \sigma^2 \left[ \frac{1}{n} + \frac{(y^* - \bar{y})^2}{b_1^2 \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \right]$$

kde  $b_1$  představuje odhad směrnice regresní přímky.

Po dosazení vyjde

$$D(\hat{x}^*) \approx \frac{\sigma^2}{b_1^2} \left[ \frac{1}{M} + \frac{1}{n} + \frac{(y^* - \bar{y})^2}{b_1^2 \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \right]$$

# Kalibrační přímka

V laboratořích nejpoužívanější model,  
(např. Lambertův-Beerův zákon,  $A = \varepsilon d c$ )

Kalibrační přímka:  $y_i = \beta_2 + \beta_1 x + \varepsilon_i, \quad i = 1, \dots, n$

Neznámý vzorek:  $y_j^* = \beta_2 + \beta_1 \kappa + \varepsilon_j^*, \quad j = 1, \dots, M$   
nalezení odhadu  $\hat{x}^*$  parametru  $\kappa$

# Odhad $\hat{x}^*$ :

(1) Přímý odhad:  $\hat{x}^* = \bar{x} + \frac{y^* - \bar{y}}{b_1}$

kde  $y^*$  je měřený signál (resp. průměr  $\bar{y}^*$  pro  $M > 1$  opakovaných měření),  
 $b_1$  je odhad směrnice kalibrační přímky.  
*Přímý odhad je obecně vychýlený.*

(2) Naszodiho modifikovaný odhad: korekce na vychýlení

$$\hat{x}_B^* = \bar{x} + \frac{(y^* - \bar{y}) b_1}{b_1^2 + \frac{\sigma^2}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}}$$



# Interval spolehlivosti odhadu $\hat{x}^*$

$P(L_D < \kappa < L_H) = 1 - \alpha$ , kde  $\alpha$  je koeficient významnosti

$1 - \alpha$  je statistická pravděpodobnost,  
statistická jistota,

S  $(1 - \alpha)\%$ ní statistickou jistotou tvrdíme, že "pravda  $\kappa$ " leží v intervalu  $\langle L_D; L_H \rangle$ .

Meze 95%ního intervalu spolehlivosti se vypočtou

$$\underline{L_{D, H} = \hat{x}^* \pm i. s.}$$



## 1. Při asymptotické normalitě:

$$\text{dolní mez } L_D = \hat{x}^* - 1.96 \sqrt{D(\hat{x}^*)}$$

$$\text{horní mez } L_H = \hat{x}^* + 1.96 \sqrt{D(\hat{x}^*)}$$

## 2. Pro méně přesná data:

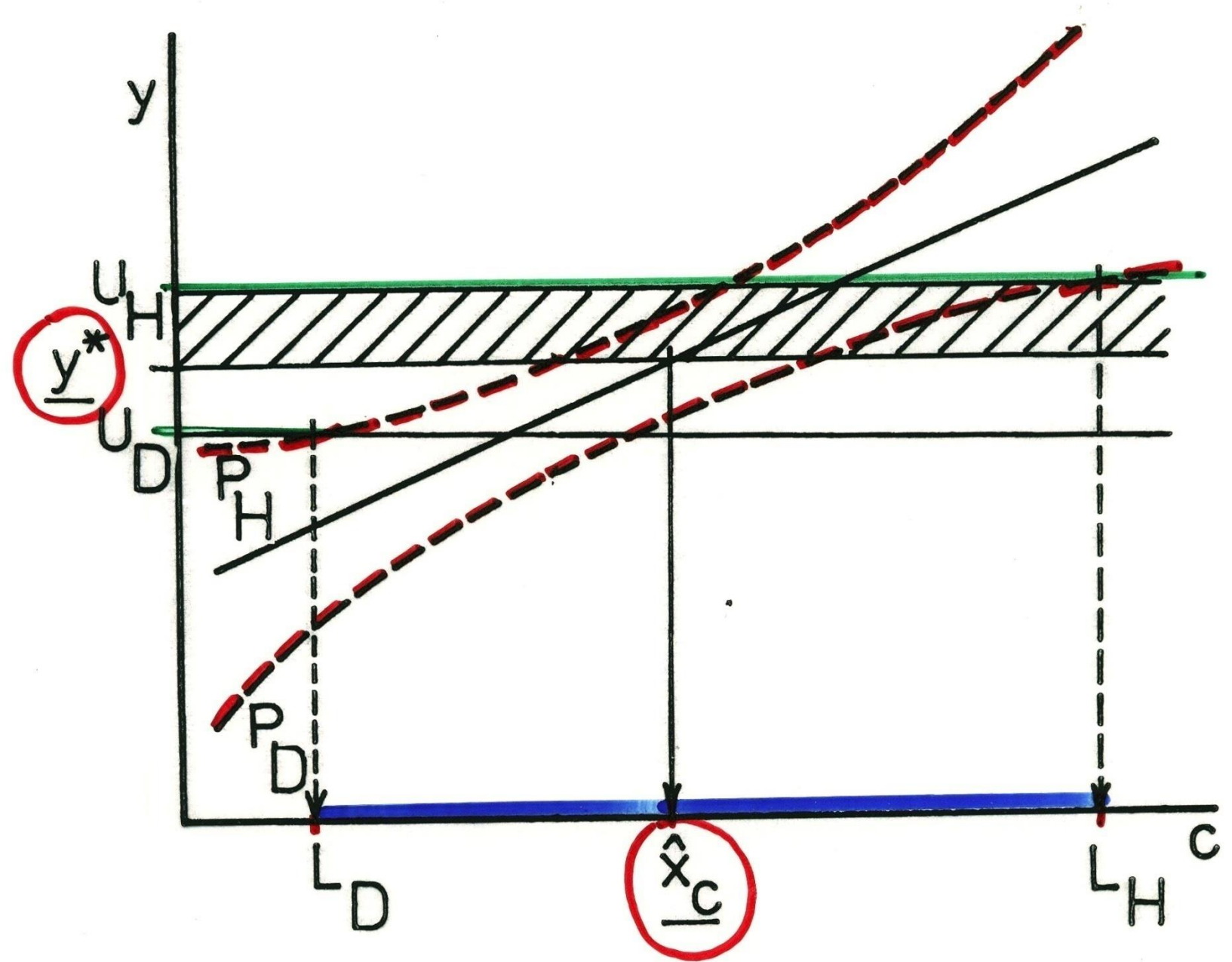
$$L_{D,H} = \bar{x} + \frac{(y^* - \bar{y}) \mp \hat{\sigma} \sqrt{F_{1-\alpha}(1, n-2)} \left[ \frac{1 + \lambda}{n} + \frac{(y^* - \bar{y})^2}{b_1^2 \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \right]^{1/2}}{b_1 (1 - \lambda)}$$

kde poměr

$$\lambda = \frac{\hat{\sigma}^2 F_{1-\alpha}(1, n-2)}{b_1^2 \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}$$

je variační koeficient parametru  $\beta_1$ .

# Konstrukce intervalu spolehlivosti $\hat{x}^*$ z kalibrační přímky



100(1 -  $\alpha$ )%ní interval spolehlivosti pro signál  $y^*$

$$U_{D,H} = \bar{y}^* \mp u_{1-\alpha/2} \frac{\hat{\sigma}}{\sqrt{M}} \sqrt{\frac{n-2}{\chi_{\alpha/2}^2(n-2)}}$$

a pro regresní přímku hraniční 100(1 -  $\alpha$ )%ní paraboloidy

$$P_{D,H} = b_1 x + b_2 \mp \hat{\sigma} \left\{ 2 F_{1-\alpha}(2, n-2) \left[ \frac{1}{n} + \frac{(x - \bar{x})^2}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \right] \right\}^{1/2}$$

Dolní hraniční hodnota  $L_H$  je řešením rovnice  $U_H = P_D$

Horní hraniční hodnota  $L_D$  je řešením rovnice  $U_D = P_H$

# WORKING-HOTELLINGŮV PÁS SPOLEHLIVOSTI $y$ HODNOT

udává rozpětí, ve kterém se budou v základním souboru  
nacházet hodnoty závisle proměnné  
se zvolenou pravděpodobností  $1 - \alpha$

$$Y_{i(\text{min,max})} = y'_i \pm t_{\frac{\alpha}{2}; n-m} \cdot \sigma$$



**Diskuse:** příliš velký rozptyl v datech, (kalibrační přímka není vhodná) způsobuje:

1. V některých případech nemusí průsečík přímky s parabolou existovat.
2. V jiném případě protne konfidenční přímka signálu parabolu kalibrační přímky ve dvou bodech.

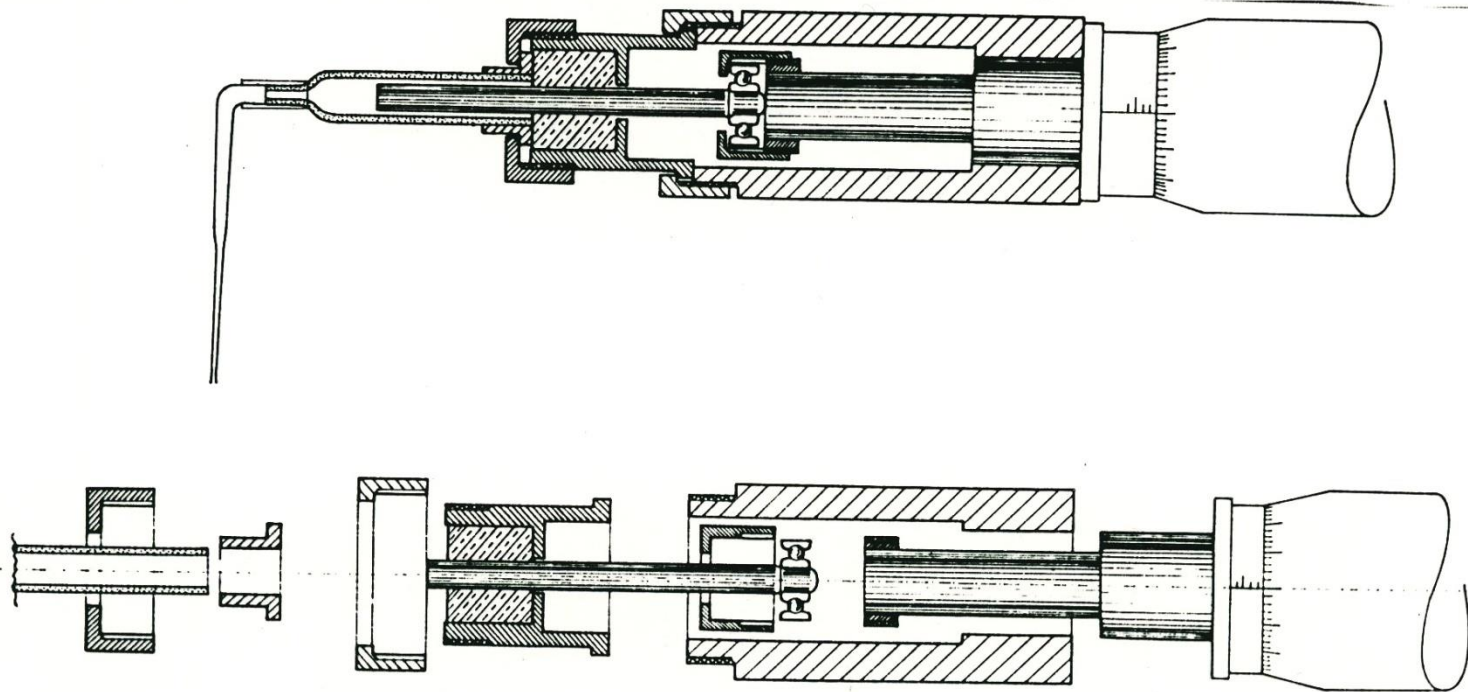
# Vlastnosti intervalu spolehlivosti:

Zúžení intervalu spolehlivosti neznámé  $\hat{x}^*$  lze způsobit

1. Opakováním měření signálu  $y^*$ , čili růstem  $M$ .
2. Zúžení konfidenčních parabol lze dosáhnout eliminací vlivných bodů.
3. Zmenšením rozptylu  $\hat{\sigma}^2$ , tj. zpřesněním měření.

# Super-přesné dávkování

1. Koncentrovaných anorganických kyselin a zásad
2. Organických rozpouštědel



Pístová mikrobyreta (M. Meloun, V. Říha, J. Žáček: ZN. 11/1985)

PK2500:	$V = 2500 \mu\text{l}$ ,	$s(V) = 0.23 \mu\text{l}$ ,	$S_{\text{rel}}(V) = 0.012 \%$
PK1250:	$V = 1250 \mu\text{l}$ ,	$s(V) = 0.22 \mu\text{l}$ ,	$S_{\text{rel}}(V) = 0.024 \%$
PK0500:	$V = 500 \mu\text{l}$ ,	$s(V) = 0.25 \mu\text{l}$ ,	$S_{\text{rel}}(V) = 0.050 \%$
PK0250:	$V = 250 \mu\text{l}$ ,	$s(V) = 0.25 \mu\text{l}$ ,	$S_{\text{rel}}(V) = 0.100 \%$



# Přesnost kalibrace

limitní hodnoty, pro které je ještě signál odlišný od šumu

1. Kritická úroveň  $y_c$ : představuje horní mez  $100(1 - \alpha)$  %ního intervalu spolehlivosti predikce signálu pro koncentraci rovnou nule, tzv. slepý pokus. Nad hodnotou  $y_c$  lze signál odlišit od šumu.

$$y_c = \bar{y} - b_1 \bar{x} + t_{1-\alpha/2}(n-2) \hat{\sigma} \sqrt{1 + \frac{1}{n} + \frac{\bar{x}^2}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}}$$

Koncentrace  $x_c$ , odpovídající hodnotě kritické úrovně

$$x_c = \frac{y_c - \bar{y}}{b_1} + \bar{x}$$

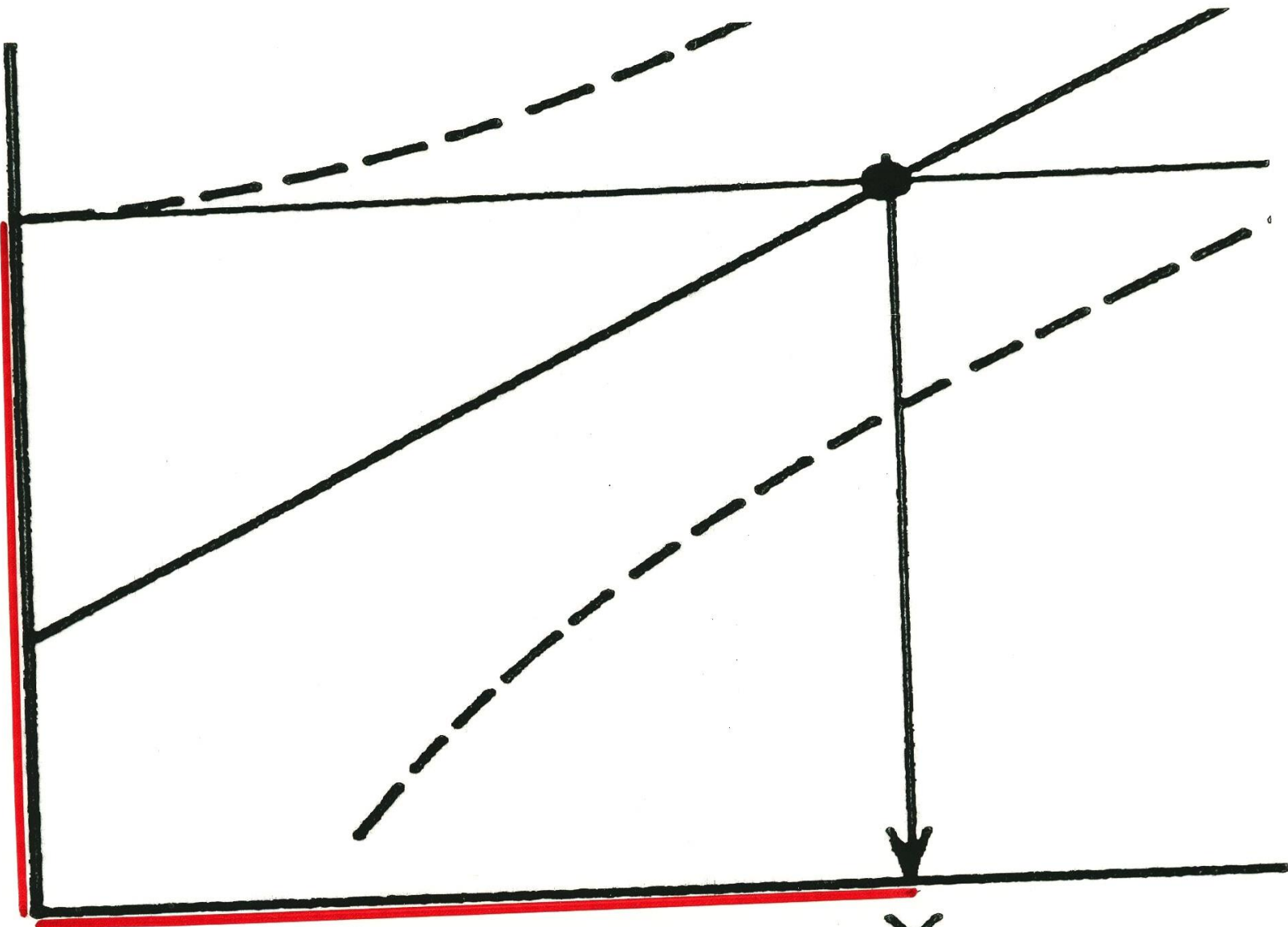


Ů  
ŠUM  
SIGNÁLU

$y_c$

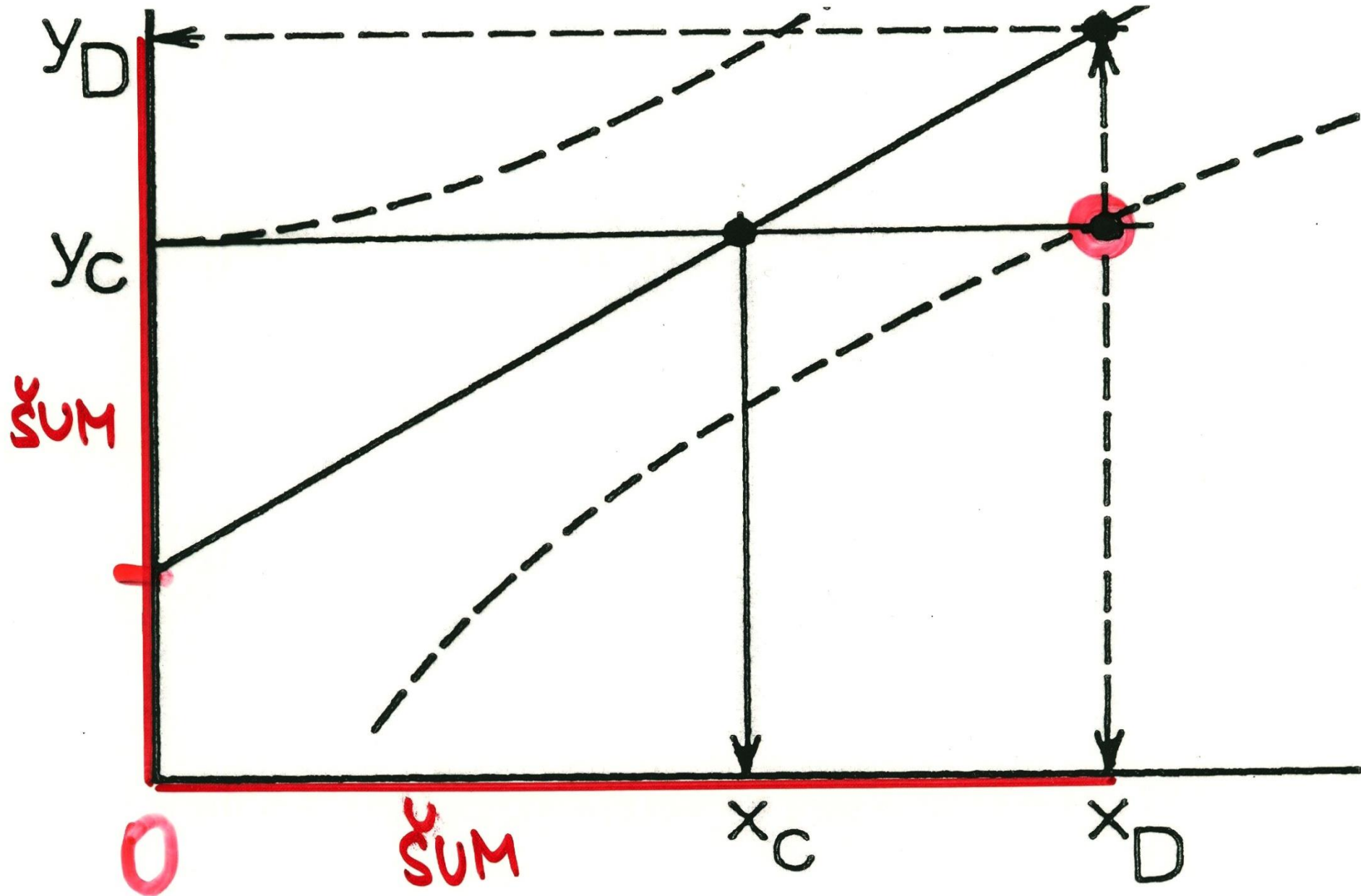
Ů  
ŠUM

$x_c$



2. Limita detekce  $y_D$ : odpovídá koncentraci, pro kterou je dolní mez  $100(1 - \alpha)\%$ ního intervalu spolehlivosti predikce signálu rovna  $y_c$ . Limita detekce udává úroveň signálu, která umožňuje ještě detekci koncentrace, tj. odlišení od šumu.

$$y_D = y_c + \hat{\sigma} t_{1-\alpha/2}(n-2) \sqrt{1 + \frac{1}{n} + \frac{(x_D - \bar{x})^2}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}}$$



koncentrace limity detekce  $x_D$  se vypočte

$$x_D = \frac{y_D - \bar{y}}{b_1} + \bar{x}$$

$x_D$  udává minimální koncentraci, kterou lze s pravděpodobností  $(1 - \alpha)$  ještě odlišit od nulové hodnoty.



# Přehled limit přesnosti kalibrace:

Obecně platí pravidlo, že

$$y_c \leq y_D \leq y_s$$

3. **Limita stanovení  $y_s$**  je nejmenší hodnota signálu, pro kterou je relativní směrodatná odchylka predikce dostatečně malá a rovna číslu  $C$ . ( $C$  se volí 10%, tj.  $C = 0.1$ ).

Je-li predikce v místě  $x_s$  rovna  $y(x_s) = \bar{y} + b_1(x_s - \bar{x})$ , je podmínka k určení  $y_s$

$$\frac{\sqrt{D(y(x_s))}}{\hat{y}(x_s)} = C$$

Dosazením

$$y_s = \frac{\hat{\sigma}}{C} \sqrt{1 + \frac{1}{n} + \frac{(x_s - \bar{x})^2}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}}$$

K praktickým výpočtům se užívá aproximace

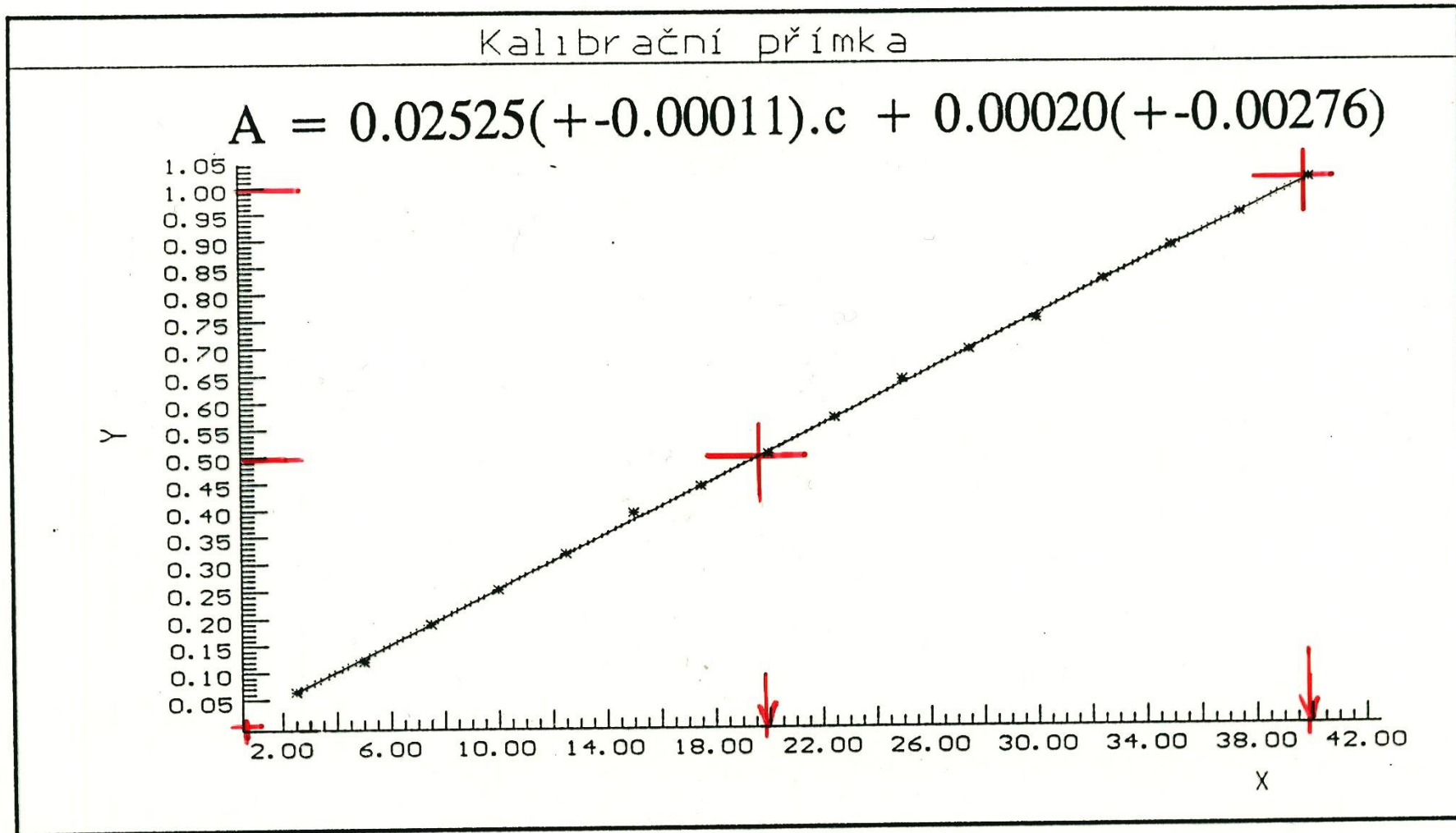
$$y_s \approx \frac{\hat{\sigma}}{C} \sqrt{1 + \frac{1}{n} + \frac{\bar{x}^2}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}}$$

a koncentrace limity stanovení  $x_s$  je

$$x_s = \frac{y_s - \bar{y}}{b_1} + \bar{x}$$

## Příklad 6.53 Odhady koncentrace z kalibrační přímky AAS

Odhaněte z kalibrační přímky koncentraci lithia [g Li/25 cm<sup>3</sup>] pro naměřené absorbance  $A^* = 0.0002, 0.5$  a  $1.0$ .





(2) CALIBRATION PARAMETERS:

Parameter	Estimate	Standard deviation	Test of H0: B[j] = 0 vs. HA: B[j] <> 0 t-Criterion	H0 hypothesis is	Sig.level
Intercept	2.0000E-04	2.7529E-03	7.2650E-02	Accepted	0.943
Slope	2.5249E-02	1.1388E-04	2.2172E+02	Rejected	0.000

(3) ANALYSIS OF RESIDUALS:

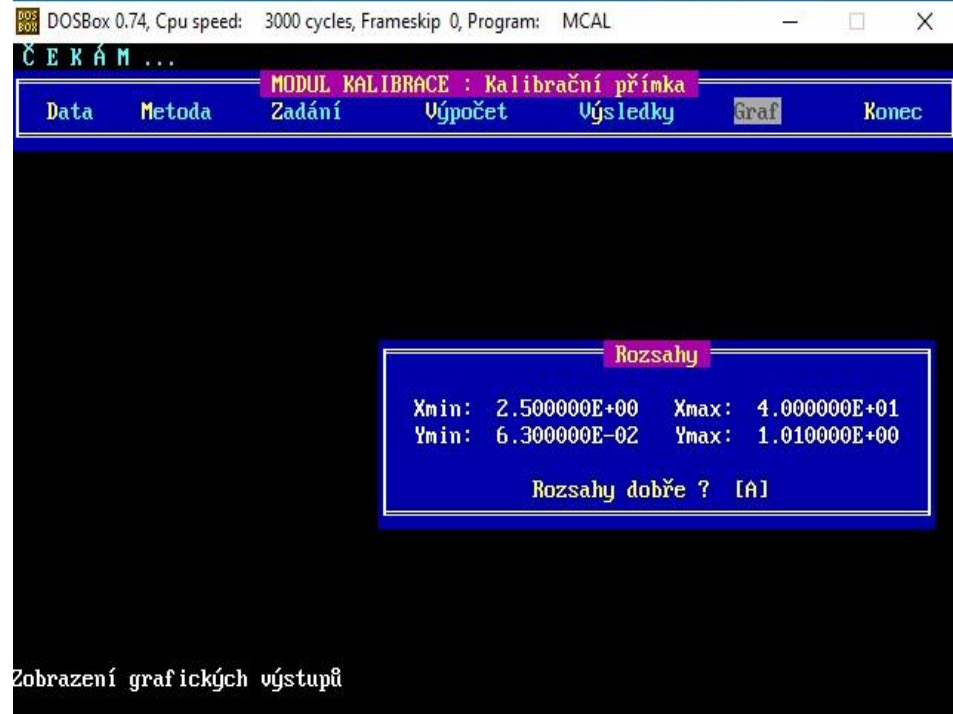
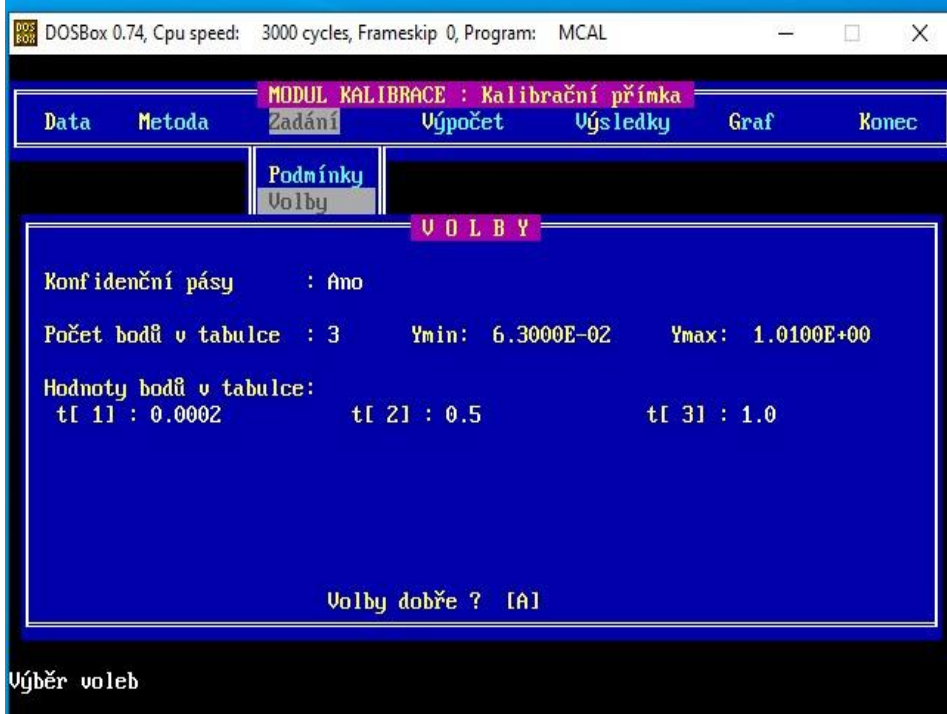
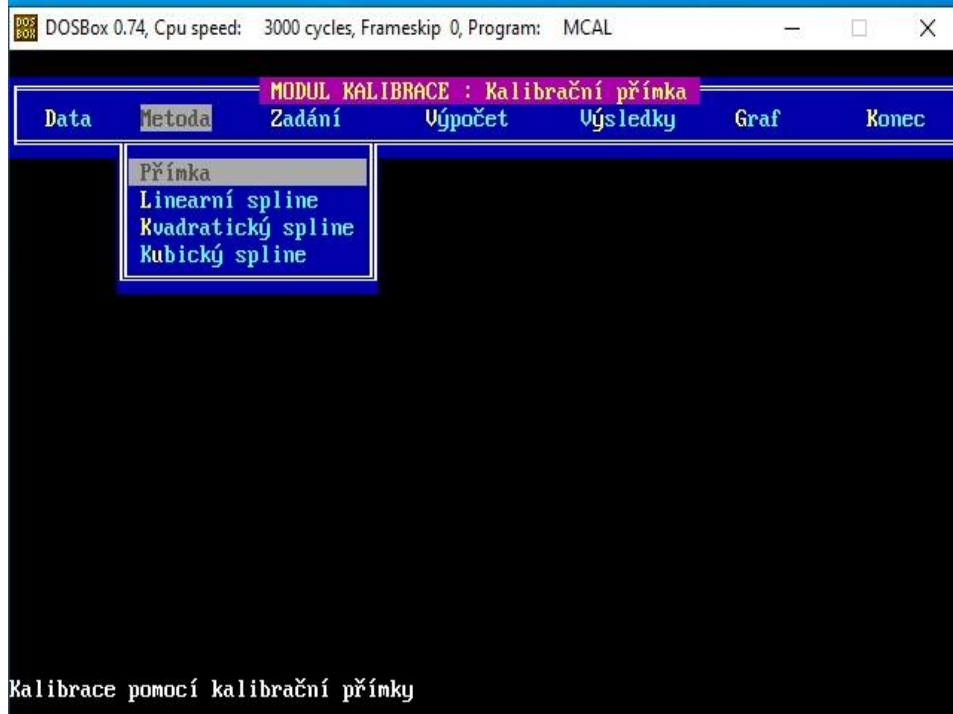
Residual sum of squares, RSS	: 3.8581E-04
Mean of absolute values of residuals, Me	: 2.7588E-03
Mean of relative residuals, Mer[%]	: 0.855
Estimate of residual variance, s <sup>2</sup> (e)	: 2.7558E-05
Estimate of residual standard deviation, s(e)	: 5.2496E-03

(4) CALIBRATION LIMITS:

Critical level,	yc:	6.1044E-03	xc:	2.3384E-01
Detection limit,	yd:	1.1909E-02	xd:	4.6375E-01
Determination limit,	ys:	5.9276E-02	xs:	2.3397E+00

(5) CALIBRATION TABLE:

Response measured	Direct estimation	Naszodi estimation	Confidence interval	
yexp[i]	xcal[i]	xcal[i]	lower limit Llxcal[i]	upper limit Luxcal[i]
2.0000E-04	9.4602E-08	4.3235E-04	-5.0351E-01	5.0351E-01
5.0000E-01	1.9795E+01	1.9795E+01	1.9335E+01	2.0254E+01
1.0000E+00	3.9597E+01	3.9597E+01	3.9104E+01	4.0090E+01







Odhad směrodatné odchylky reziduí,  $s(e)$  : 5.2496E-03

**KALIBRAČNÍ MEZE:**

Kritická úroveň,	yc:	6.1044E-03	xc:	2.3384E-01
Limita detekce,	yd:	1.1909E-02	xd:	4.6375E-01
Mez stanovitelnosti,	ys:	5.9276E-02	xs:	2.3397E+00

**KALIBRAČNÍ TABULKA:**

Měřená hodnota	Přímý odhad	Nászodiho odhad	Konfidenční dolní mez	Konfidenční horní mez
yexp[i]	xvyp[i]	xvyp[i]	Llxvyp[i]	Luxvyp[i]
2.0000E-04	9.4602E-08	4.3235E-04	-5.0351E-01	5.0351E-01
5.0000E-01	1.9795E+01	1.9795E+01	1.9335E+01	2.0254E+01
1.0000E+00	3.9597E+01	3.9597E+01	3.9104E+01	4.0090E+01

**V Ý S L E D K Y**

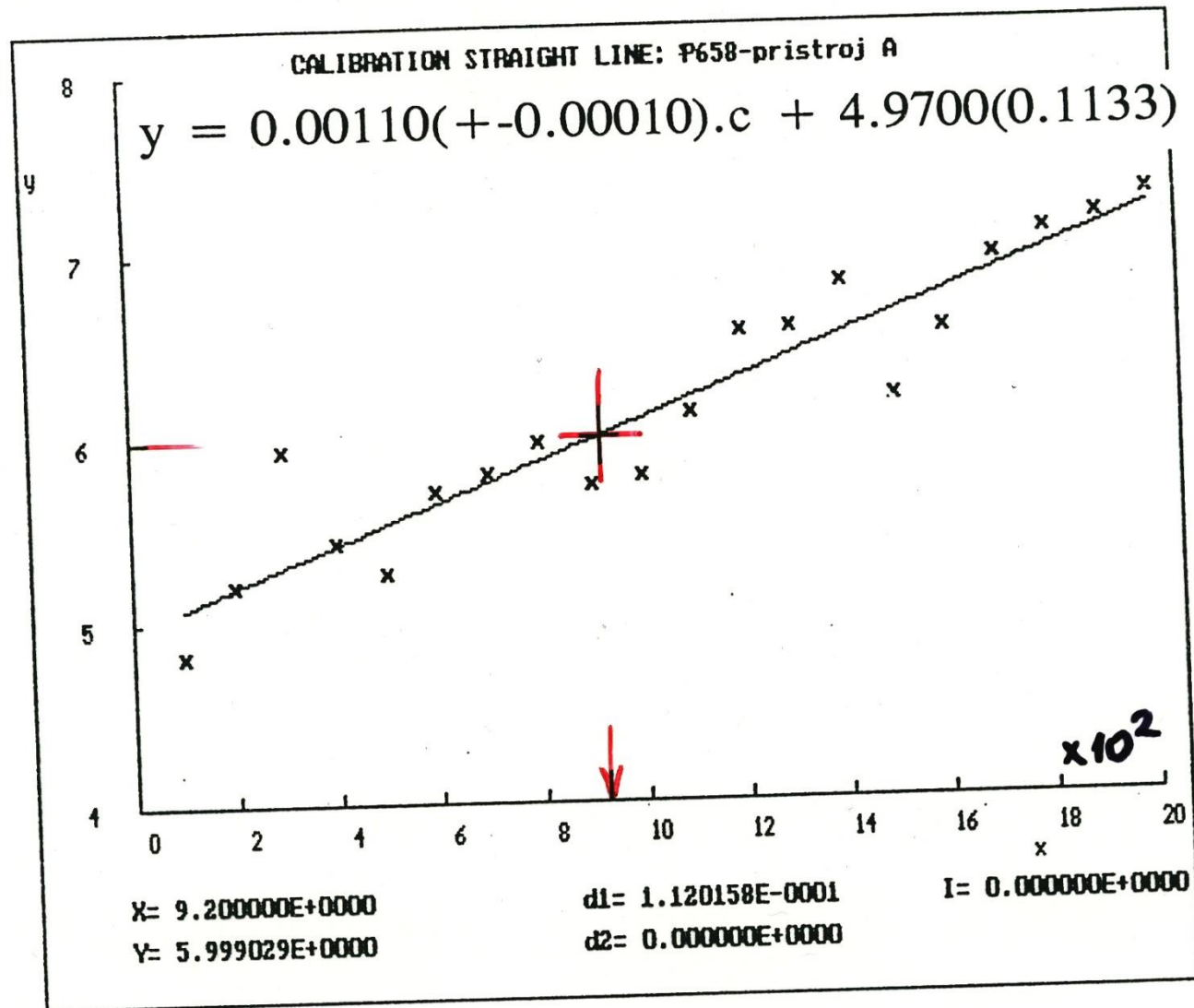
i	yexp[i]	vyp[i]	e[i]	er[i]
1	6.3000E-02	6.3324E-02	3.2353E-04	5.1353E-01
2	1.2000E-01	1.2645E-01	6.4471E-03	5.3726E+00
3	1.8900E-01	1.8957E-01	5.7059E-04	3.0190E-01
4	2.5100E-01	2.5269E-01	1.6941E-03	6.7495E-01
5	3.1600E-01	3.1582E-01	-1.8237E-04	-5.7711E-02
6	3.9300E-01	3.7894E-01	-1.4059E-02	-3.5773E+00
7	4.4200E-01	4.4206E-01	6.4705E-05	1.4639E-02
8	5.0200E-01	5.0519E-01	3.1883E-03	6.3511E-01
9	5.6800E-01	5.6831E-01	3.1175E-04	5.4885E-02
10	6.3900E-01	6.3144E-01	-7.5647E-03	-1.1838E+00
11	6.9400E-01	6.9456E-01	5.5882E-04	8.0522E-02
12	7.4900E-01	7.5768E-01	8.6823E-03	1.1592E+00
13	8.2100E-01	8.2081E-01	-1.9409E-04	-2.3641E-02
14	8.8400E-01	8.8393E-01	-7.0589E-05	-7.9851E-03
15	9.4700E-01	9.4705E-01	5.2918E-05	5.5880E-03
16	1.0100E+00	1.0102E+00	1.7648E-04	1.7474E-02

Reziduální součet čtverců, RSC	: 3.8581E-04
Průměr absolutních hodnot reziduí, Me	: 2.7588E-03
Průměr relativních reziduí, Mer[%]	: 0.855
Odhad reziduálního rozptylu, $s^2(e)$	: 2.7558E-05
Odhad směrodatné odchylky reziduí, $s(e)$	: 5.2496E-03

### Příklad 6.58 Vliv přesnosti přístroje na mez detekce

Na třech rozličně přesných přístrojích A, B a C byly změřeny signály pro 20 úrovní koncentrace. Určete regresní model a přesnost kalibrace pomocí meze detekce a kritické úrovně.





(2) CALIBRATION PARAMETERS:

Parameter	Estimate	Standard deviation	Test of H0: B[j] = 0 vs. HA: B[j] <> 0 t-Criterion	H0 hypothesis is	Sig.level
Intercept	4.9700E+00	1.1334E-01	4.3852E-01	Rejected	0.000
Slope	1.1045E-03	9.4611E-05	1.1674E-01	Rejected	0.000

(3) ANALYSIS OF RESIDUALS:

Residual sum of squares, RSS	: 1.0715E+00
Mean of absolute values of residuals, Me	: 1.7367E-01
Mean of relative residuals, Mer[%]	: <u>2.896</u>
Estimate of residual variance, s <sup>2</sup> (e)	: 5.9526E-02
Estimate of residual standard deviation, s(e)	: 2.4398E-01

(4) CALIBRATION LIMITS:

Critical level,	yc: 5.2082E+00	xc: <u>2.1558E+02</u>
Detection limit,	yd: 5.3846E+00	xd: <u>3.7530E+02</u>
Determination limit,	ys: 2.6902E+00	xs: -2.0641E+03

(5) CALIBRATION TABLE:

Response measured	Direct estimation	Naszodi estimation	Confidence interval	
yexp[i]	xcal[i]	xcal[i]	lower limit	upper limit
			Llxcal[i]	Luxcal[i]
6.0000E+00	<u>9.3248E+02</u>	<u>9.3334E+02</u>	<u>4.5648E+02</u>	<u>1.4085E+03</u>

DOSBox 0.74, Cpu speed: 3000 cycles, Frameskip 0, Program: MCAL

F1=nápověda F2=uložení F3=čtení F4=numerický mód F5=zoom ESC=konec

Řádek 1 Sloupec 5 Insert NUM P658a.txt

P658ax P658ay

1.00000	4.82300
2.00000	5.19700
3.00000	
4.00000	
5.00000	
6.00000	5.70200
7.00000	5.79000
8.00000	5.96200
9.00000	5.73400
10.00000	5.78600
11.00000	6.11700
12.00000	6.55500
13.00000	6.57000
14.00000	6.81500
15.00000	6.18700
16.00000	6.55200
17.00000	6.94700
18.00000	7.09000
19.00000	7.15900
20.00000	7.29100

Čtení ze souboru:

P658a.txt

DOSBox 0.74, Cpu speed: 3000 cycles, Frameskip 0, Program: MCAL

MODUL KALIBRACE : Kalibrační přímka

Data Metoda Zadání Výpočet Výsledky Graf Konec

Podmínky  
Volby

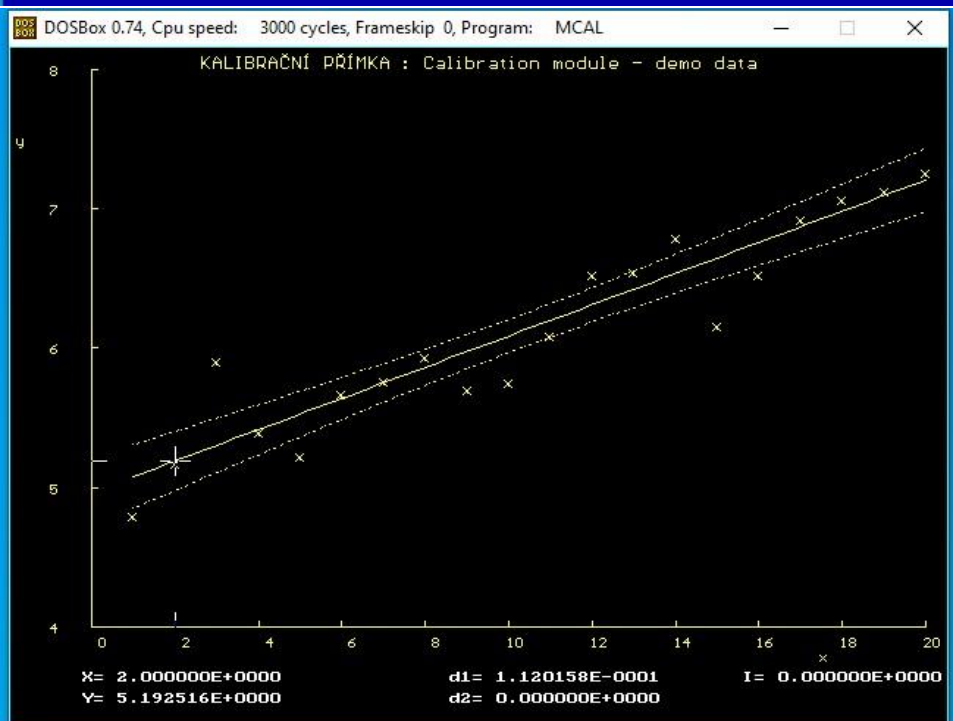
**V O L B Y**

Konfidenční pásy : Ano

Počet bodů v tabulce : 1 Ymin: 4.8230E+00 Ymax: 7.2910E+00

Hodnoty bodů v tabulce:  
t[ 1 ] : 6

Ujběr voleb



Odhad směrodatné odchylky reziduí, s(e) : 2.5327E-01

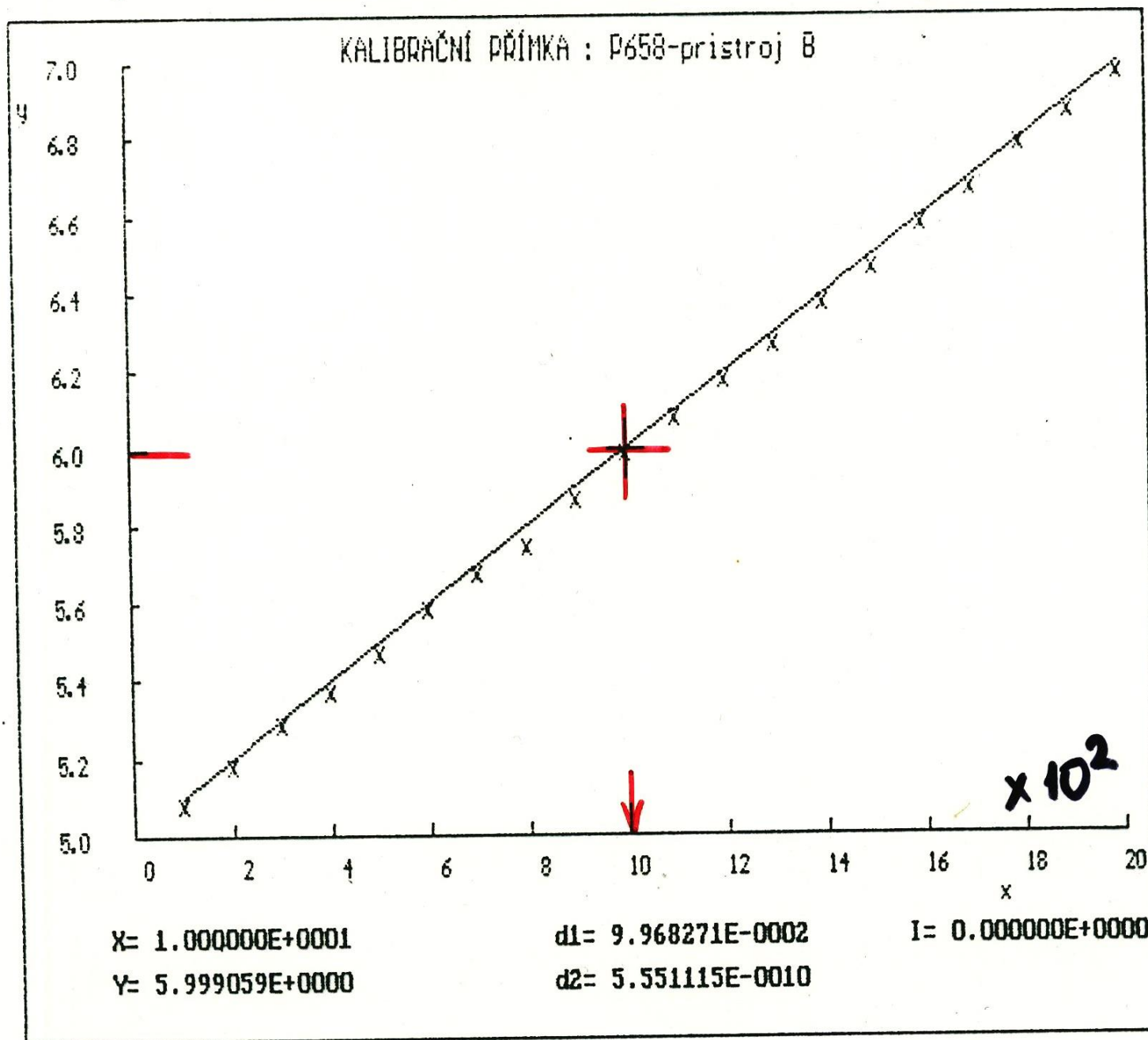
**KALIBRAČNÍ MEZE:**

Kritická úroveň,	yc: 5.2157E+00	xc: 2.2066E+00
Limita detekce,	yd: 5.3976E+00	xd: 3.8307E+00
Mez stanovitelnosti,	ys: 2.7926E+00	xs: -1.9425E+01

**KALIBRAČNÍ TABULKA:**

Měřená hodnota	Přímý odhad	Naszodiho odhad	Konfidenční interval	
yexp[i]	xvyp[i]	xvyp[i]	Llxvyp[i]	Luxvyp[i]
6.0000E+00	9.2087E+00	9.2185E+00	4.3354E+00	1.4082E+01

$$y = 0.00100(+ - 0.00000).c + 5.0022(0.0044)$$





(2) CALIBRATION PARAMETERS:

Parameter	Estimate	Standard deviation	Test of $H_0: B[j] = 0$ vs. $H_A: B[j] \neq 0$	t-Criterion	$H_0$ hypothesis is	Sig.level
Intercept	5.0022E+00	4.4460E-03	1.1251E+03	Rejected		0.000
Slope	9.9683E-04	3.7114E-06	2.6858E+02	Rejected		0.000

(3) ANALYSIS OF RESIDUALS:

Residual sum of squares, RSS	: 1.6488E-03
Mean of absolute values of residuals, Me	: 6.1355E-03
Mean of relative residuals, Mer[%]	: <u>0.104</u>
Estimate of residual variance, $s^2(e)$	: 9.1602E-05
Estimate of residual standard deviation, $s(e)$	: 9.5709E-03

(4) CALIBRATION LIMITS:

Critical level,	yc: 5.0116E+00	xc: <u>9.3704E+00</u>
Detection limit,	yd: 5.0208E+00	xd: <u>1.8613E+01</u>
Determination limit,	ys: 1.0553E-01	xs: -4.9123E+03

(5) CALIBRATION TABLE:

Response measured	Direct estimation	Naszodi estimation	Confidence interval lower limit	Confidence interval upper limit
$y_{exp}[i]$	$x_{cal}[i]$	$x_{cal}[i]$	$Ll_{xcal}[i]$	$Lux_{cal}[i]$
6.0000E+00	<u>1.0009E+03</u>	<u>1.0009E+03</u>	<u>9.8027E+02</u>	<u>1.0216E+03</u>



```

DOSBox 0.74, Cpu speed: 3000 cycles, Frameskip 0, Program: MCAL
F1=nápvěda F2=uložení F3=čtení F4=numerický mód F5=zoom ESC=konec
Řádek 1 Sloupec 5 Insert NUM P658b.txt
P658bx P658by
1.00000 5.10800
2.00000 5.20700
3.00000
4.00000
5.00000
6.00000 5.60600
7.00000 5.70000
8.00000 5.76900
9.00000 5.88900
10.00000 6.00800
11.00000 6.09900
12.00000 6.20300
13.00000 6.28900
14.00000 6.39900
15.00000 6.49400
16.00000 6.60600
17.00000 6.69700
18.00000 6.80700
19.00000 6.89600
20.00000 6.99400

```

Čtení ze souboru: P658b.txt

DOSBox 0.74, Cpu speed: 3000 cycles, Frameskip 0, Program: MCAL

MODUL KALIBRACE : Kalibrační přímka

Data Metoda **Zadání** Výpočet Výsledky Graf Konec

Podmínky  
Volby

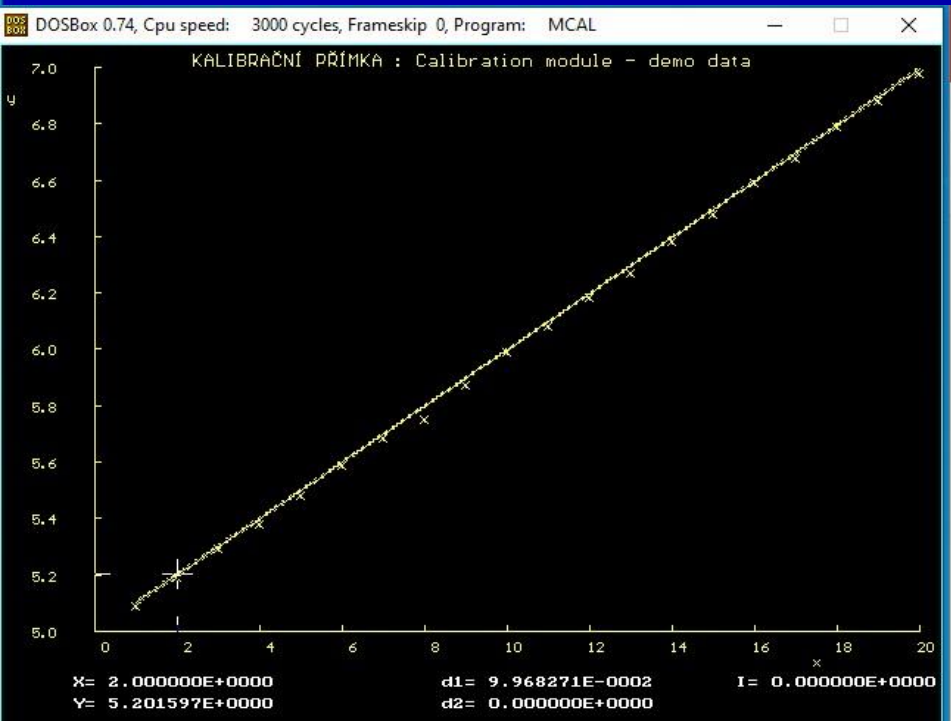
**V O L B Y**

Konfidenční pásy : Ano

Počet bodů v tabulce : 1 Ymin: 5.1080E+00 Ymax: 6.9940E+00

Hodnoty bodů v tabulce:  
t[ 1] : 6

Výběr voleb



Odhad směrodatné odchylky reziduí, s(e) : 9.5709E-03

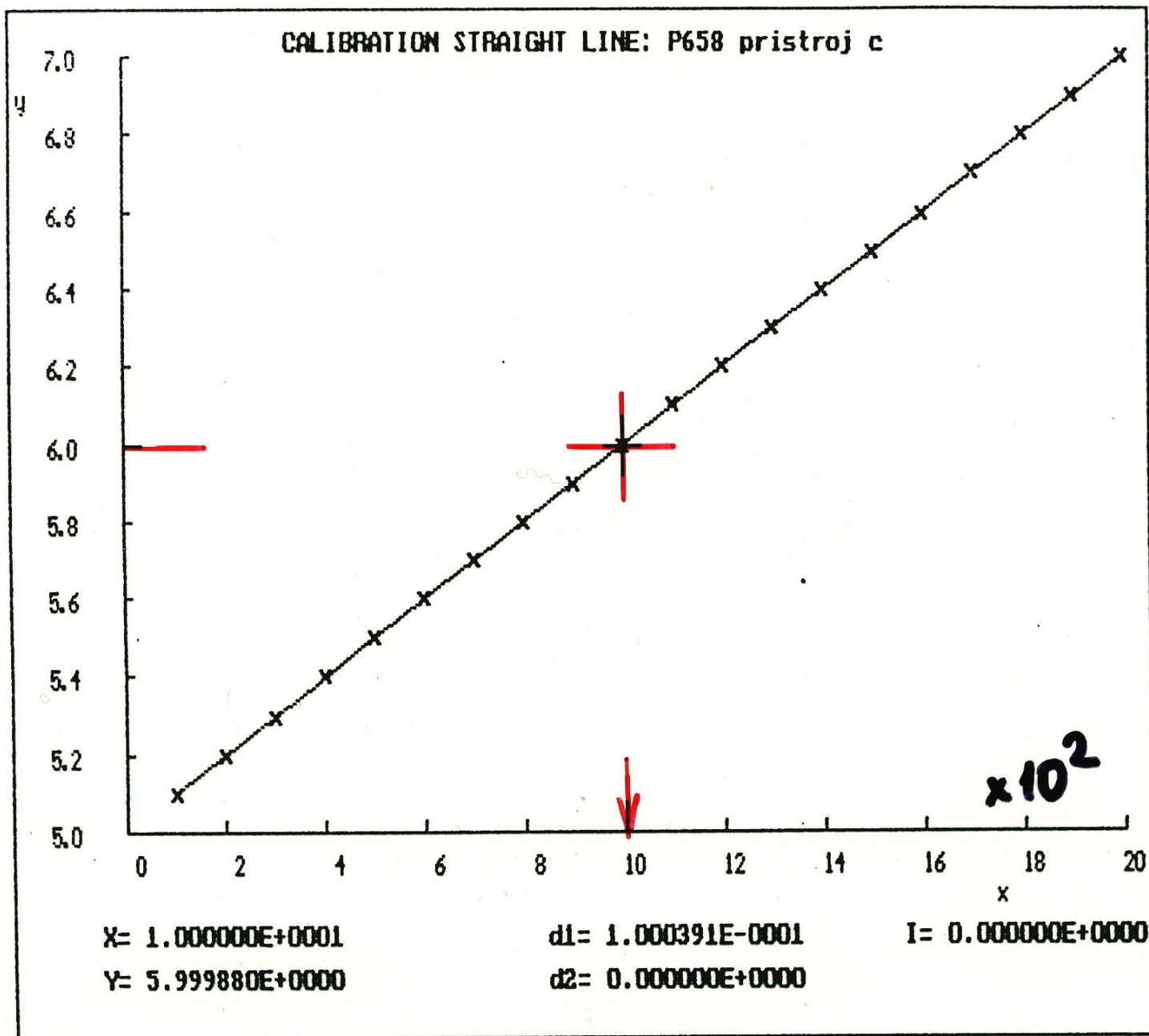
KALIBRAČNÍ MEZE:

Kritická úroveň,	yc:	5.0116E+00	xc:	9.3704E-02
Limita detekce,	yd:	5.0208E+00	xd:	1.8613E-01
Mez stanovitelnosti,	ys:	1.0553E-01	xs:	-4.9123E+01

KALIBRAČNÍ TABULKA:

Měřená hodnota	Přímý odhad	Naszodiho odhad	Konfidenční interval	
yexp[i]	xvyp[i]	xvyp[i]	dolní mez	horní mez
			Llxvyp[i]	Luxvyp[i]
6.0000E+00	1.0009E+01	1.0009E+01	9.8027E+00	1.0216E+01

$$y = 0.00100(+\text{-}0.00000).c + 5.0000(0.0004)$$



(2) CALIBRATION PARAMETERS:

Parameter	Estimate	Standard deviation	Test of H0: B[j] = 0 vs. HA: B[j] <> 0 t-Criterion	H0 hypothesis is	Sig.level
Intercept	4.9995E+00	4.4856E-04	1.1146E+04	Rejected	0.000
Slope	1.0004E-03	3.7445E-07	2.6716E+03	Rejected	0.000

(3) ANALYSIS OF RESIDUALS:

Residual sum of squares, RSS	: 1.6784E-05
Mean of absolute values of residuals, Me	: 7.2347E-04
Mean of relative residuals, Mer[%]	: <u>0.012</u>
Estimate of residual variance, s^2(e)	: 9.3242E-07
Estimate of residual standard deviation, s(e)	: 9.6562E-04

(4) CALIBRATION LIMITS:

Critical level,	yc: 5.0004E+00	xc: <u>9.4202E-01</u>
Detection limit,	yd: 5.0014E+00	xd: <u>1.8827E+00</u>
Determination limit,	ys: 1.0647E-02	xs: -4.9869E+03

(5) CALIBRATION TABLE:

Response measured	Direct estimation	Naszodi estimation	Confidence interval	
yexp[i]	xcal[i]	xcal[i]	lower limit Llxcal[i]	upper limit Luxcal[i]
6.0000E+00	<u>1.0001E+03</u>	<u>1.0001E+03</u>	<u>9.9804E+02</u>	<u>1.0022E+03</u>



DOSBox 0.74, Cpu speed: 3000 cycles, Frameskip 0, Program: MCAL

F1=nápověda F2=uložení F3=čtení F4=numerický mód F5=zoom ESC=konec

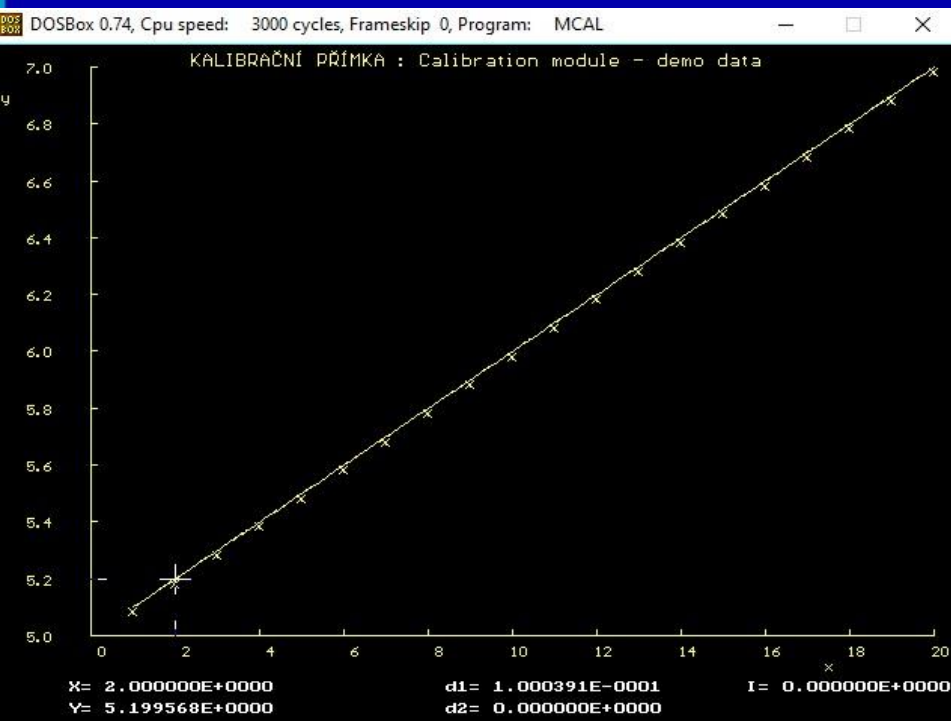
Řádek 1 Sloupec 5 Insert NUM P658c.txt

P658cx P658cy

1.00000	5.10100
2.00000	5.19900
3.00000	
4.00000	
5.00000	
6.00000	5.59900
7.00000	5.69900
8.00000	5.80000
9.00000	5.89900
10.00000	5.99900
11.00000	6.10100
12.00000	6.20000
13.00000	6.29900
14.00000	6.40000
15.00000	6.50000
16.00000	6.59800
17.00000	6.70200
18.00000	6.80100
19.00000	6.90000
20.00000	7.00100

Čtení ze souboru:

P658c.txt



DOSBox 0.74, Cpu speed: 3000 cycles, Frameskip 0, Program: MCAL

Č E K Á M ...

MODUL KALIBRACE : Kalibrační přímka

Data	Metoda	Zadání	Výpočet	Výsledky	Graf	Konec
		Podmínky				
		Volby				

**V O L B Y**

Konfidenční pásy : Ano

Počet bodů v tabulce : 1      Ymin: 5.1010E+00      Ymax: 7.0010E+00

Hodnoty bodů v tabulce:  
 ř[ 1 ] : 6

Volby dobře ? [A] \_

Výběr voleb

Odhad směrodatné odchylky reziduí, s(e) : 9.6562E-04

**KALIBRAČNÍ MEZE:**

Kritická úroveň,	yc: 5.0004E+00	xc: 9.4202E-03
Limita detekce,	yd: 5.0014E+00	xd: 1.8827E-02
Mez stanovitelnosti,	ys: 1.0647E-02	xs: -4.9869E+01

**KALIBRAČNÍ TABULKA:**

Měřená hodnota	Přímý odhad	Nászodiho odhad	Konfidenční interval	
yexp[i]	xvyp[i]	xvyp[i]	dolní mez	horní mez
			Llxvyp[i]	Luxvyp[i]
6.0000E+00	1.0001E+01	1.0001E+01	9.9804E+00	1.0022E+01



# Závěry o vlivu přesnosti dat v kalibraci

## Otázka

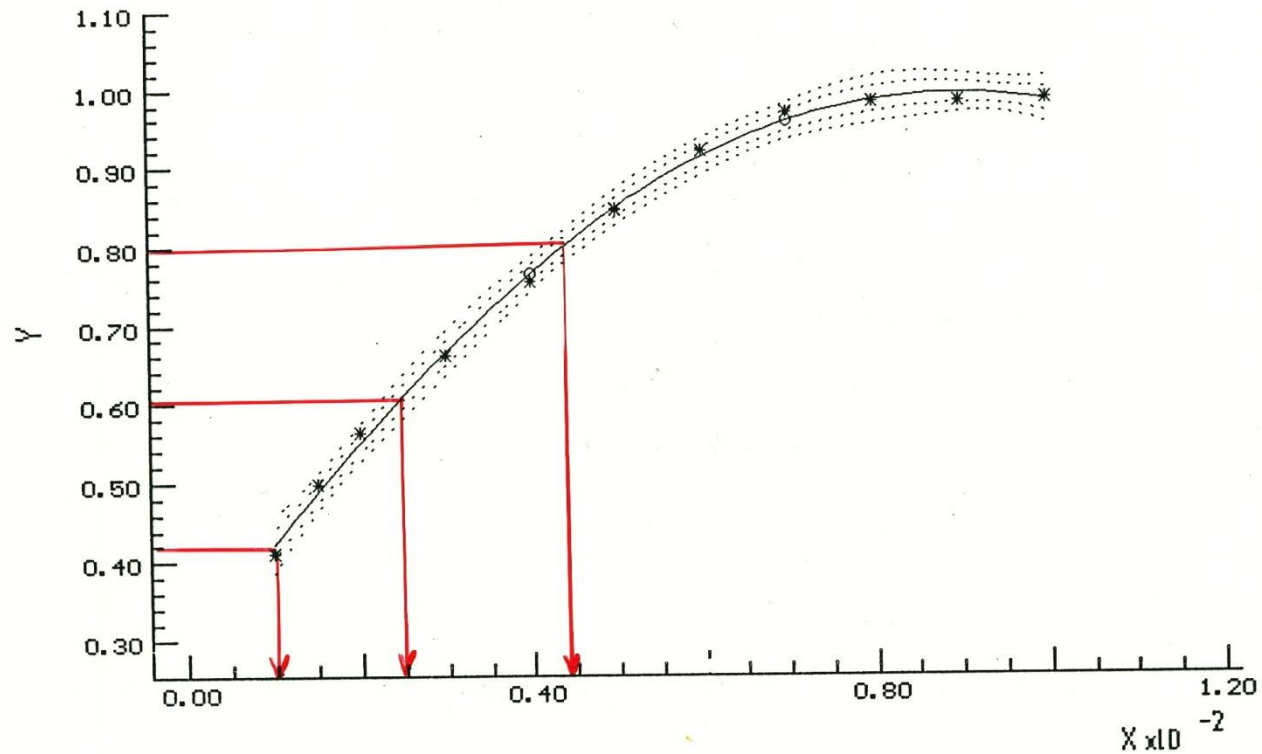
Existuje vliv přesnosti dat na limitu detekce a interval spolehlivosti odhadované koncentrace v kalibraci?

## Odpověď

Velikost náhodného šumu experimentálně naměřené hodnoty signálu a vyjádřené směrodatnou odchylkou  $s(e)$  má velký vliv na bodový ale hlavně intervalový odhad neznámé koncentrace vzorku a dále také na limity přesnosti tohoto odhadu, vyjádřené limitou detekce.

# Stanovení Cd v máku metodou AAS

Kalibrační křivka v  $\text{mg} \cdot \text{dm}^{-3}$



Limity přesnosti kalibrační křivky:

Critical level,	yc:	2.794826E-01	xc:	1.927841E-04
Detection limit,	yd:	3.055490E-01	xd:	3.354795E-04

Neznámá koncentrace:

yexp[i]	xvyp[i]	Llxvyp[i]	Luxvyp[i]
4.130000E-01	9.904229E-04	9.517953E-04	1.024776E-03
6.050000E-01	2.323985E-03	2.275290E-03	2.373009E-03
7.970000E-01	4.422155E-03	4.376491E-03	1.763684E-02

# Úlohy na výstavbu kalibračního regresního modelu

## Lineární kalibrace

Software QC-EXPERT 3.1,  
ADSTAT 1.25



## Úloha K6.04 *Kalibrační model mědi v oceli rentgenově-fluorescenční metodou*

**Zadání:** Rentgenově-fluorescenční metodou byl stanovován obsah mědi v rozsahu 0.10 až 0.47% ve standardních vzorcích oceli.

### **Úkoly:**

- (1) Neznámé vzorky vykazovaly  $y^* = 555, 1005$  a  $1505$  impulzů signálu.
- (2) Ověřte homoskedasticitu, nalezněte parametry kalibrační funkce, rozptyl měřeného signálu a vyšetřete vlivné body.
- (3) Sestrojte konfidenční interval kalibrační křivky a stanovte míry přesnosti kalibrace.

**Data:** Obsah mědi  $x$  [%], velikost signálu  $y$  [impulzy]:

$x$	$y$
0.10	694
...	...
0.47	2171

F1=náponvěda F2=uložení F3=čtení F4=numerický mód F5=zoom ESC=konec  
 Počet řádků: 45 Počet sloupců: 2 Uodorovně demo.dat

Numerický editor

	1	2
1	1.500000 E-02	3.450000 E+02
2	1.000000 E-01	6.940000 E+02
3	1.000000 E-01	6.850000 E+02
4	1.000000 E-01	6.840000 E+02
5	1.000000 E-01	6.850000 E+02
6	1.000000 E-01	6.970000 E+02
7	1.700000 E-01	9.680000 E+02
8	1.700000 E-01	9.510000 E+02
9	1.700000 E-01	9.600000 E+02
10	1.700000 E-01	9.530000 E+02
11	1.700000 E-01	9.500000 E+02
12	2.300000 E-01	1.234000 E+03

Čtení ze souboru: K604.txt

značení bloku: Z=začátek K=konec B=buňka X=zrušení/obnovení  
 S=sloupec R=řádek N=nová poloha MEZERA=změna směru  
 blokové operace: F6=kopírování F7=zaplnění F8=transformace  
 ostatní operace: F9=změna velikosti matice F10=transpozice

DOSBox 0.74, Cpu speed: 3000 cycles, Frameskip 0, Program: MCAL

Č E K Á M ...

MODUL KALIBRACE : Kalibrační přímka

Data	Metoda	Zadání	Účpočet	Účsledky	Graf	Konec
		Podmínky				
		Volby				

V O L B Y

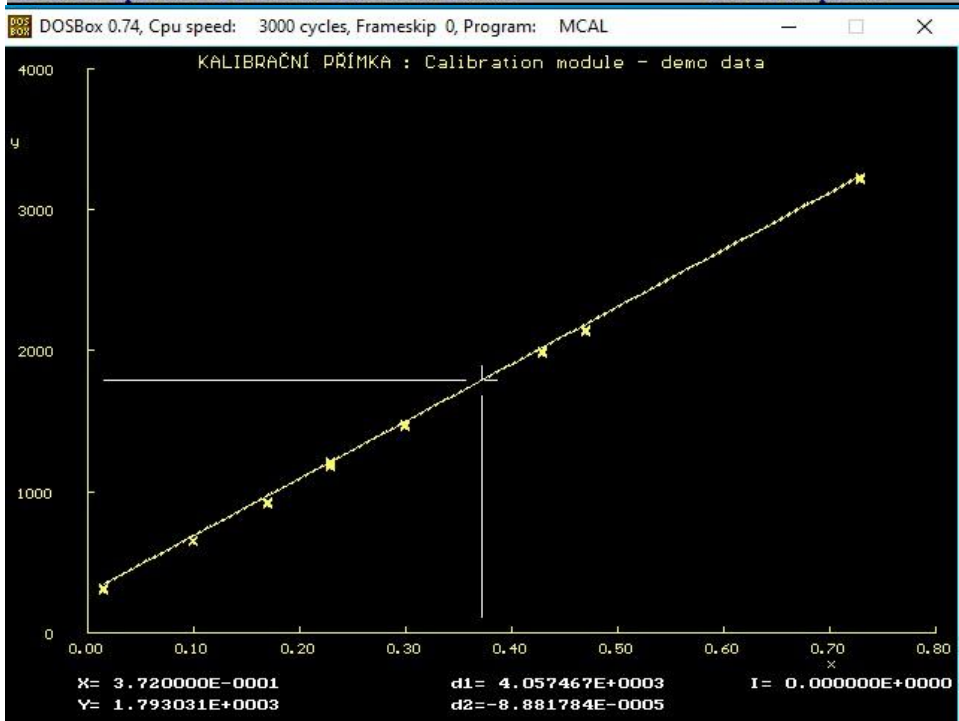
Konfidenční pásy : ano

Počet bodů v tabulce : 3 Ymin: 3.3900E+02 Ymax: 3.2640E+03

Hodnoty bodů v tabulce:  
 t[ 1 ] : 555 t[ 2 ] : 1005 t[ 3 ] : 1505

Volby dobře ? [A] \_

Uýbřer voleb



DOSBox 0.74, Cpu speed: 3000 cycles, Frameskip 0, Program: MCAL

V Ý S L E D K Y

Reziduální součet čtverců, RSC : 7.6020E+03  
 Průměr absolutních hodnot reziduí, Me : 9.9374E+00  
 Průměr relativních reziduí, Mer[ $\lambda$ ] : 0.850  
 Odhad reziduálního rozptylu,  $s^2(e)$  : 1.7679E+02  
 Odhad směrodatné odchylky reziduí,  $s(e)$  : 1.3296E+01

(4) KALIBRAČNÍ MEZE:

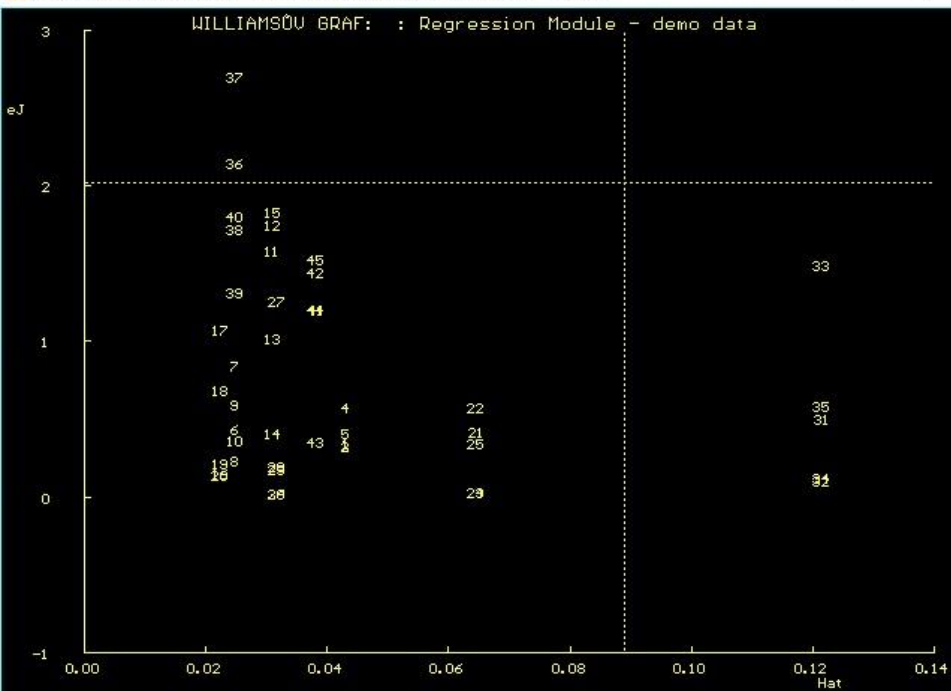
Kritická úroveň,	yc:	2.9069E+02	xc:	1.7346E-03
Limita detekce,	yd:	-----	xd:	-----
Mez stanovitelnosti,	ys:	1.3747E+02	xs:	-3.6029E-02

(5) KALIBRAČNÍ TABULKA:

Měřená hodnota	Přímý odhad	Naszodiho odhad	Konfidenční interval	
yexpli	xvyp[il]	xvyp[il]	llyvyp[il]	luxvyp[il]
5.5500E+02	6.6876E-02	6.6877E-02	6.0103E-02	7.3649E-02
1.0050E+03	1.7778E-01	1.7778E-01	1.7108E-01	1.8449E-01
1.5050E+03	3.0101E-01	3.0101E-01	2.9433E-01	3.0769E-01

Nanovvěda-F1 Řádek: 130 - 150 Celkem: 150 Délka: 7892





Řádek 36 Sloupec 1 Insert NUM K604.txt

0.30000	1515.00000
0.30000	1510.00000
0.30000	1498.00000
0.30000	1499.00000
0.01500	339.00000
0.01500	352.00000
0.01500	345.00000
0.01500	345.00000
0.01500	349.00000
0.43000	2028.00000
0.43000	2012.00000
0.43000	2031.00000
0.43000	2026.00000
0.43000	2028.00000
0.73000	3252.00000
0.73000	3247.00000
0.73000	3264.00000
0.73000	3244.00000
0.23000	1250.00000
0.23000	1239.00000
0.23000	1234.00000

**VYSLEDKY**

(2) PARAMETRY KALIBRACE:

Parametr	Odhad	Směrodatná odchylka	Test H0: B[j] = 0 vs. H1: B[j] <> 0	t-kriterium	hypotéza H0 je	Hlad.úvz.
Úsek	2.8313E+02	3.4595E+00	8.1842E+01	Zamítnuta		0.000
Směrnice	4.0565E+03	9.8704E+00	4.1097E+02	Zamítnuta		0.000

**VYSLEDKY**

Reziduální součet čtverců, RSC	:	6.7820E+03
Průměr absolutních hodnot reziduí, Me	:	9.5422E+00
Průměr relativních reziduí, Mer[zi]	:	0.834
Odhad reziduálního rozptylu, s <sup>2</sup> (e)	:	1.6541E+02
Odhad směrodatné odchylky reziduí, s(e)	:	1.2861E+01

(3) ANALÝZA REZIDUÍ:

Bod	Měřená hodnota	Predikovaná hodnota	Absolutní reziduum	Relativní reziduum
i	yexp[i]	yvyp[i]	e[i]	er[i]
1	3.4500E+02	3.4398E+02	-1.0186E+00	-2.9525E-01
2	3.4500E+02	3.4398E+02	-1.0186E+00	-2.9525E-01
3	3.4900E+02	3.4398E+02	-5.0186E+00	-1.4380E+00
4	3.3900E+02	3.4398E+02	4.9814E+00	1.4694E+00
5	3.5200E+02	3.4398E+02	-8.0186E+00	-2.2780E+00
6	6.9400E+02	6.8878E+02	-5.2176E+00	-7.5181E-01
7	6.8500E+02	6.8878E+02	3.7824E+00	5.5218E-01
8	6.8500E+02	6.8878E+02	3.7824E+00	5.5218E-01
9	6.8400E+02	6.8878E+02	4.7824E+00	6.9918E-01
10	6.9700E+02	6.8878E+02	-8.2176E+00	-1.1790E+00
11	9.5000E+02	9.7274E+02	2.2736E+01	2.3933E+00
12	9.6000E+02	9.7274E+02	1.2736E+01	1.3267E+00

(4) KALIBRAČNÍ MEZE:

Kritická úroveň,	yc:	2.9012E+02	xc:	1.7223E-03
Limita detekce,	yd:	-----	xd:	-----
Mez stanovitelnosti,	ys:	1.3318E+02	xs:	-3.6965E-02

(5) KALIBRAČNÍ TABULKA:

Měřená hodnota	Přímý odhad	Nászodiho odhad	Konfidenční dolní mez	Konfidenční horní mez
yexp[i]	xvyp[i]	xvyp[i]	Llxvyp[i]	Luxvyp[i]
5.5500E+02	6.7020E-02	6.7021E-02	6.0452E-02	7.3588E-02
1.0050E+03	1.7795E-01	1.7795E-01	1.7145E-01	1.8445E-01
1.5050E+03	3.0121E-01	3.0121E-01	2.9474E-01	3.0769E-01



# Závěry o stanovení neznámé koncentrace v kalibraci

## Otázka

## Odpověď

(1) Neznámé vzorky vykazovaly  $y^* = 555, 1005$  a  $1505$  impulzů signálu.

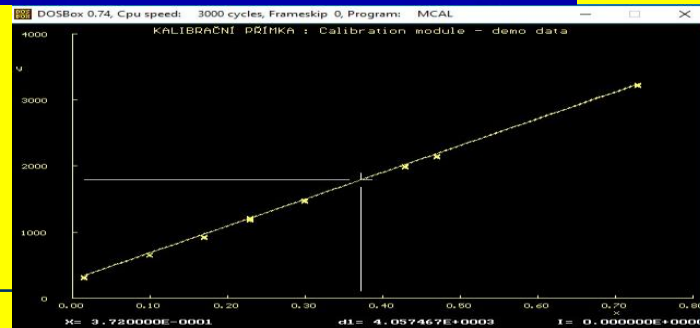
### (5) KALIBRAČNÍ TABULKA:

Měřená hodnota yexp[i]	Přímý odhad xvyp[i]	Naszodiho odhad xvyp[i]	Konfidenční interval dolní mez Llxvyp[i]	Konfidenční interval horní mez Luxvyp[i]
5.5500E+02	6.6876E-02	6.6877E-02	6.0103E-02	7.3649E-02
1.0050E+03	1.7778E-01	1.7778E-01	1.7108E-01	1.8449E-01
1.5050E+03	3.0101E-01	3.0101E-01	2.9433E-01	3.0769E-01

(2) Ověřte homoskedasticitu, nalezněte parametry kalibrační funkce, rozptyl měřeného signálu a vyšetřete vlivné body.

F1=nápověda Řádek 36	F2=uložení Sloupec
0.30000	1515.00000
0.30000	1510.00000
0.30000	1498.00000
0.30000	1499.00000
0.01500	339.00000
0.01500	352.00000
0.01500	345.00000
0.01500	345.00000
0.01500	349.00000
0.43000	2028.00000
0.43000	2012.00000
0.43000	2031.00000
0.43000	2026.00000
0.43000	2028.00000
0.73000	3252.00000
0.73000	3247.00000
0.73000	3264.00000
0.73000	3244.00000
0.23000	1250.00000
0.23000	1239.00000
0.23000	1234.00000

TESTOVÁNÍ REGRESNÍHO TRIPLETU (DATA + MODEL + METODA):  
 Fisher-Snedocorův test významnosti regrese, F : 1.7626E+05  
 Tabulkový kvantil,  $F(1-\alpha, m-1, n-m)$  : 4.0670E+00  
 Závěr: Navržený model je přijat jako významný.  
 Spočtená hladina významnosti : 0.000  
 Scottovo kritérium multikolinearity, M : -8.9908E-14  
 Závěr: Navržený model je korektní.  
 Cook-Weisbergův test heteroskedasticity, Sf : 4.6225E+02  
 Tabulkový kvantil,  $\chi^2(1-\alpha, 1)$  : 3.8415E+00  
 Závěr: Rezidua vykazují heteroskedasticitu.  
 Spočtená hladina významnosti : 0.000



(3) Sestrojte konfidenční interval kalibrační křivky a stanovte míry přesnosti kalibrace.

Reziduální součet čtverců, RSC : 6.7820E+03  
 Průměr absolutních hodnot reziduí, Me : 9.5422E+00  
 Průměr relativních reziduí, Mer[%] : 0.834  
 Odhad reziduálního rozptylu,  $s^2(e)$  : 1.6541E+02  
 Odhad směrodatné odchylky reziduí,  $s(e)$  : 1.2861E+01

### (4) KALIBRAČNÍ MEZE:

Kritická úroveň,	yc:	2.9012E+02	xc:	1.7223E-03
Limita detekce,	yd:	-----	xd:	-----
Mez stanovitelnosti,	ys:	1.3318E+02	xs:	-3.6965E-02

# Úloha K6.09 Kalibrace wolframu v oceli a míry přesnosti kalibrace

**Zadání:** Lineární kalibrační model obsahu wolframu  $x$  ve standardních vzorcích oceli byl sestaven na základě opakovaných měření velikosti signálu  $y$  rentgenovou fluorescenční metodou.

## Úkoly:

- (1) Neznámé vzorky vykazovaly odezvu  $y^* = 305, 505$  a  $705$  jednotek signálu.
- (2) Určete míry přesnosti kalibrace a koncentraci wolframu neznámých vzorků.
- (3) Je třeba odstranit vybočující hodnoty?
- (4) Postup kalibrace ukažte na příkladu kalibrační přímky a popište přímý a Naszodiho bodový odhad neznámé koncentrace.
- (5) Uveďte grafický způsob určení intervalového odhadu neznámé koncentrace. Čím je ovlivněna šířka tohoto intervalu?
- (6) Jak vyjádříme míry přesnosti kalibrace? Uveďte grafický způsob určení kritické úrovně a limity detekce. Jakým vztahem vyčíslíme limitu stanovení (kvantifikace)?

**Data:** Koncentrace wolframu  $x$  [%], opakovaná měření velikosti signálu  $y$  [jednotky]:

$x$	$y$
0.003	134
...	...
0.580	2586

DOSBox 0.74, Cpu speed: 3000 cycles, Frameskip 0, Program: MCAL

F1=nápvěda F2=uložení F3=čtení F4=numerický mód F5=zoom ESC=konec

Řádek 1 Sloupec 5 Insert NUM K609

Textový editor

K609x K609y

0.00300	134.00000
0.00300	
0.00300	
0.00300	
0.00300	132.00000
0.00800	171.00000
0.00800	186.00000
0.00800	176.00000
0.00800	178.00000
0.00800	171.00000
0.01500	180.00000
0.01500	176.00000
0.01500	181.00000
0.01500	192.00000

Čtení ze souboru: K609.txt

Hlášení

Vyhledávání chyb: F6=první F7=předchozí F8=následující F9=poslední

DOSBox 0.74, Cpu speed: 3000 cycles, Frameskip 0, Program: MCAL

Č E K Á M ...

MODUL KALIBRACE : Kalibrační přímka

Data	Metoda	Zadání	Účpočet	Účsledky	Graf	Konec
		Podmínky				
		Volby				

**U O L B Y**

Konfidenční pásy : Ano

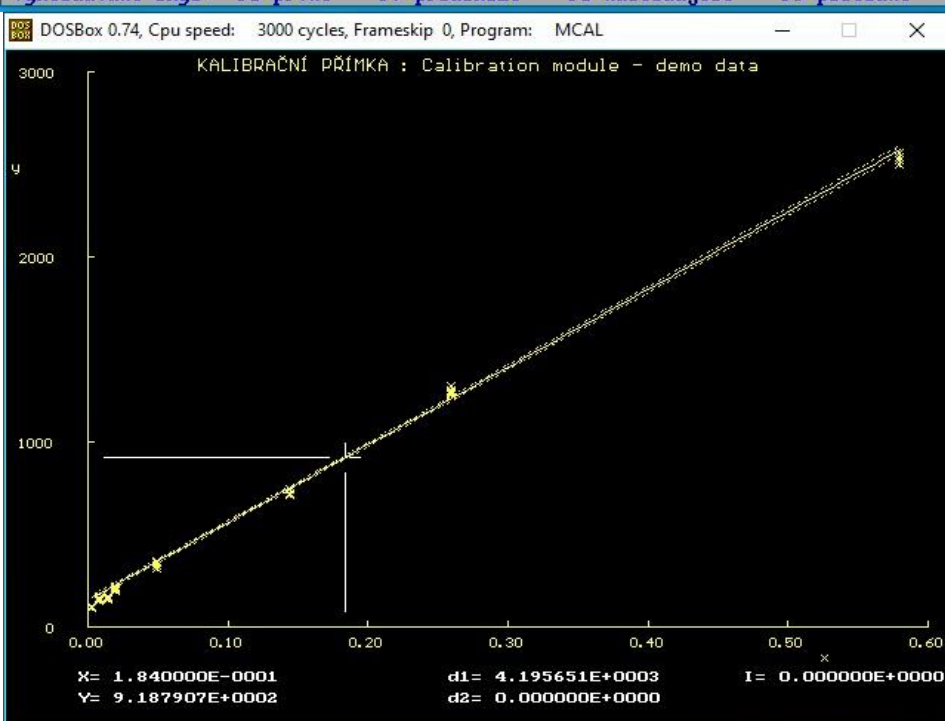
Počet bodů v tabulce : 3 Ymin: 1.2800E+02 Ymax: 2.5860E+03

Hodnoty bodů v tabulce:

t[ 1 ] : 305 t[ 2 ] : 505 t[ 3 ] : 705

Volby dobře ? [A]

Ujběr voleb



DOSBox 0.74, Cpu speed: 3000 cycles, Frameskip 0, Program: MCAL

**U Ý S L E D K Y**

44	2.5300E+03	2.5803E+03	5.0268E+01	1.9869E+00
45	2.5860E+03	2.5803E+03	-5.7317E+00	-2.2164E-01

Reziduální součet čtverců, RSC : 4.0727E+04

Průměr absolutních hodnot reziduí, Me : 2.2809E+01

Průměr relativních reziduí, Mer[%] : 6.544

Odhad reziduálního rozptylu, s<sup>2</sup>(e) : 9.4714E+02

Odhad směrodatné odchylky reziduí, s(e) : 3.0776E+01

(4) KALIBRAČNÍ MEZE:

Kritická úroveň,	yc:	1.5809E+02	xc:	2.6940E-03
Limita detekce,	yd:	-----	xd:	-----
Mez stanovitelnosti,	ys:	3.1282E+02	xs:	3.9571E-02

(5) KALIBRAČNÍ TABULKA:

Měřená hodnota	Přímý odhad	Násodiho odhad	Konfidenční interval dolní mez	Konfidenční interval horní mez
yexp[i]	xyp[i]	xyp[i]	Llxyp[i]	Luxyp[i]
3.0500E+02	3.7708E-02	3.7711E-02	2.2713E-02	5.2703E-02
5.0500E+02	8.5376E-02	8.5378E-02	7.0412E-02	1.0034E-01
7.0500E+02	1.3304E-01	1.3304E-01	1.1809E-01	1.4800E-01

Napověda-F1 Řádek: 128 - 150 Celkem: 150 Délka: 7892



# Závěry o stanovení neznámé koncentrace v kalibraci

## Otázka

## Odpověď

- (1) Neznámé vzorky vykazovaly odezvu  $y^* = 305, 505$  a  $705$  jednotek signálu.
- (2) Určete míry přesnosti kalibrace a koncentraci wolframu neznámých vzorků.
- (3) Je třeba odstranit vybočující hodnoty?
- (4) Postup kalibrace ukažte na příkladu kalibrační přímky a popište přímý a Naszodiho bodový odhad neznámé koncentrace.
- (5) Uveďte grafický způsob určení intervalového odhadu neznámé koncentrace. Čím je ovlivněna šířka tohoto intervalu?
- (6) Jak vyjádříme míry přesnosti kalibrace? Uveďte grafický způsob určení kritické úrovně a limity detekce. Jakým vztahem vyčíslíme limitu stanovení (kvantifikace)?

# Úloha K6.36 *Oxidovatelnost odpadní vody dichromanem fotometricky*

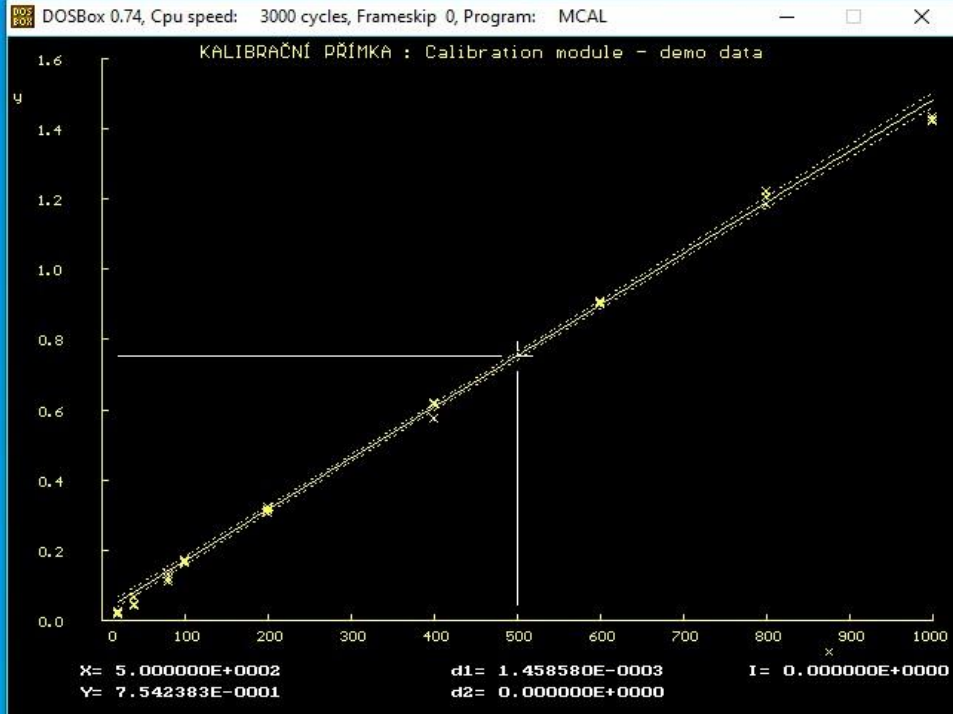
**Zadání:** Stanovení oxidovatelnosti dichromanem semimikrometodou s fotometrickou koncovkou vyniká širokým rozsahem.

**Úkoly:**

- (1) Na souboru kalibračních dat závislosti absorbance  $y$  při 600 nm na koncentraci  $x$  je třeba sestavit kalibrační model s vyšetřením vlivných bodů, mírami přesnosti kalibrace a intervalovým odhadem neznámé koncentrace.
- (2) Neznámé vzorky měly absorbanci  $y^* = 0.112, 0.213$  a  $0.982$ .
- (3) Je nejnižší koncentrace již pod limitou detekce?
- (4) Jsou v kalibračních datech odlehlá měření, když  $\alpha = 0.05$ ?

**Data:** Koncentrace  $x$  [mg/l], absorbance  $y$  ( $3\times$  opakovaná):

$x$	$y$
20	0.042
...	...
1000	1.441



DOSBox 0.74, Cpu speed: 3000 cycles, Frameskip 0, Program: MCAL

MODUL KALIBRACE : Kalibrační přímka

Data	Metoda	Zadání	Úpočet	Výsledky	Graf	Konec
		Podmínky				
		Volby				

**V O L B Y**

Konfidenční pásy : Ano

Počet bodů v tabulce : 3      Ymin: 3.1000E-02      Ymax: 1.4480E+00

Hodnoty bodů v tabulce:  
 t[ 1 ] : 0.112      t[ 2 ] : 0.213      t[ 3 ] : 0.982

Volby dobře ? [A]

Uğbř voleb

DOSBox 0.74, Cpu speed: 3000 cycles, Frameskip 0, Program: MCAL

**V Ý S L E D K Y**

26	1.4370E+00	1.4835E+00	4.6529E-02	3.2379E+00
27	1.4410E+00	1.4835E+00	4.2529E-02	2.9513E+00

Reziduální součet čtverců, RSC : 1.4847E-02  
 Průměr absolutních hodnot reziduí, Me : 2.0183E-02  
 Průměr relativních reziduí, Mer[%] : 12.243  
 Odhad reziduálního rozptylu, s<sup>2</sup>(e) : 5.9386E-04  
 Odhad směrodatné odchytky reziduí, s(e) : 2.4369E-02

(4) KALIBRAČNÍ MEZE:

Kritická úroveň,	yc:	3.8974E-02	xc:	9.6164E+00
Limita detekce,	yd:	5.2617E-02	xd:	1.8970E+01
Mez stanovitelnosti,	ys:	2.5303E-01	xs:	1.5637E+02

(5) KALIBRAČNÍ TABULKA:

Měřená hodnota	Přímý odhad	Nászodiho odhad	Konfidenční dolní mez	Konfidenční horní mez
yexp[i]	xvyp[i]	xvyp[i]	Llxvyp[i]	Luxvyp[i]
1.1200E-01	5.9683E+01	5.9709E+01	2.4162E+01	9.5203E+01
2.1300E-01	1.2893E+02	1.2895E+02	9.3602E+01	1.6425E+02
9.8200E-01	6.5615E+02	6.5613E+02	6.2065E+02	6.9166E+02

Napověda-F1      Řádek: 98 - 120      Celkem: 120      Délka: 5817

# Závěry o stanovení neznámé koncentrace v kalibraci

## Otázka

## Odpověď

- (1) Na souboru kalibračních dat závislosti absorbance  $y$  při 600 nm na koncentraci  $x$  je třeba sestavit kalibrační model s vyšetřením vlivných bodů, mírami přesnosti kalibrace a intervalovým odhadem neznámé koncentrace.
- (2) Neznámé vzorky měly absorbanci  $y^* = 0.112, 0.213$  a  $0.982$ .
- (3) Je nejnižší koncentrace již pod limitou detekce?
- (4) Jsou v kalibračních datech odlehlá měření, když  $\alpha = 0.05$ ?



## Úloha K6.60 *Kalibrační model haptoglobinu imunoturbidimetrickou metodou*

**Zadání:** Nalezněte vhodný kalibrační model pro imunoturbidimetrické stanovení haptoglobinu Hpl v krevním séru.

### **Úkoly:**

- (1) Určete parametry kalibračního modelu a míry přesnosti kalibrace.
- (2) Jsou v datech nějaké vlivné body?
- (3) Prochází kalibrační přímka počátkem?
- (4) Jaká je koncentrace Hpl u vzorků, jež vykazovaly absorbance  $y^* = 0.095, 0.392$  a  $0.598$ ?

**Data:** Koncentrace Hpl  $x$  [g/l], absorbance  $y$ :

$x$	$y$
0.0	0.022
...	...
7.08	1.137

DOSBox 0.74, Cpu speed: 3000 cycles, Frameskip 0, Program: MCAL

F1=nápověda F2=uložení F3=čtení F4=numerický mód F5=zoom ESC=konec

Řádek 1 Sloupec 5 Insert NUM K660.txt

K660x	K660y
0.00000	0.02200
0.30000	0.05000
0.59000	
0.70000	
0.89000	
1.77000	0.29000
2.35000	0.39200
3.54000	0.57200
4.15000	0.68800
5.60000	0.91700
7.08000	1.13700

Čtení ze souboru: K660.txt

DOSBox 0.74, Cpu speed: 3000 cycles, Frameskip 0, Program: MCAL

Č E K Á M ...

MODUL KALIBRACE : Kalibrační přímka

Data	Metoda	Zadání	Výpočet	Výsledky	Graf	Konec
		Podmínky				
		Volby				

**V O L B Y**

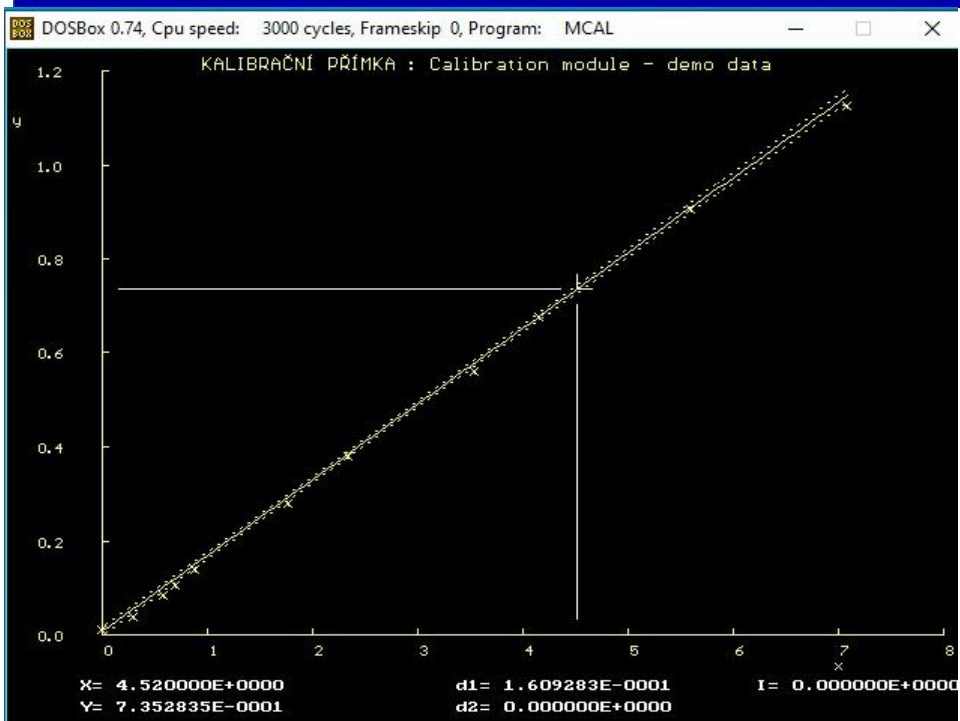
Konfidenční pásy : Ano

Počet bodů v tabulce : 3 Ymin: 2.2000E-02 Ymax: 1.1370E+00

Hodnoty bodů v tabulce:  
 t[ 1 ] : 0.095 t[ 2 ] : 0.392 t[ 3 ] : 0.598

Volby dobře ? [A]

Uğbřer voleb



DOSBox 0.74, Cpu speed: 3000 cycles, Frameskip 0, Program: MCAL

**V Ý S L E D K Y**

10	9.1700E-01	9.0909E-01	-7.9140E-03	-8.6303E-01
11	1.1370E+00	1.1473E+00	1.0260E-02	9.0237E-01

Reziduální součet čtverců, RSC : 7.3905E-04  
 Průměr absolutních hodnot reziduí, Me : 7.3122E-03  
 Průměr relativních reziduí, Mer[ $\lambda$ ] : 8.947  
 Odhad reziduálního rozptylu,  $s^2(e)$  : 8.2117E-05  
 Odhad směrodatné odchylky reziduí, s(e) : 9.0618E-03

(4) KALIBRAČNÍ MEZE:

Kritická úroveň,	yc:	1.7038E-02	xc:	5.6859E-02
Limita detekce,	yd:	2.5962E-02	xd:	1.1232E-01
Mez stanovitelnosti,	ys:	9.9236E-02	xs:	5.6763E-01

(5) KALIBRAČNÍ TABULKA:

Měřená hodnota	Přímý odhad	Násodiho odhad	Konfidenční interval dolní mez	Konfidenční interval horní mez
yexp[il]	xvyp[il]	xvyp[il]	Llxvyp[il]	Luxvyp[il]
9.5000E-02	5.4131E-01	5.4142E-01	4.0431E-01	6.7831E-01
3.9200E-01	2.3869E+00	2.3869E+00	2.2538E+00	2.5199E+00
5.9800E-01	3.6669E+00	3.6669E+00	3.5323E+00	3.8016E+00

Napověda-F1 Řádek: 70 - 92 Celkem: 92 Délka: 3959

# Závěry o stanovení neznámé koncentrace v kalibraci

## Otázka

## Odpověď

- (1) Určete parametry kalibračního modelu a míry přesnosti kalibrace.
- (2) Jsou v datech nějaké vlivné body?
- (3) Prochází kalibrační přímka počátkem?
- (4) Jaká je koncentrace Hpl u vzorků, jež vykazovaly absorbance  $y^* = 0.095$ ,  $0.392$  a  $0.598$ ?

**Úlohy na výstavbu  
kalibračního regresního modelu**

**Nelineární kalibrace**

**Software QC-EXPERT 3.1,  
ADSTAT 1.25**



# Úloha K6.01 *Kalibrace nefelometru na obsah dispergované pevné fáze*

**Zadání:** Nefelometr je kalibrován na obsah pevné fáze dispergované v destilované vodě. Pro standardní suspenzi jsou změřena kalibrační data.

## **Úkoly:**

- (1) Zjistěte míry přesnosti a obsah vzorků, když vykazovaly  $y^* = 39, 46, 56$  a  $70$  dílků.
- (2) Jsou v kalibračních datech nějaké odlehlé hodnoty?
- (3) Jsou splněny předpoklady metody nejmenších čtverců? Jde o lineární nebo nelineární kalibraci?
- (4) Je rozdíl mezi hodnotou limity detekce lineární a nelineární kalibrace?

**Data:** Koncentrace pevné fáze  $x$  [ppm], velikost signálu  $y$  [dílký]:

$x$	$y$
0.044	5.94
...	...
0.700	82.00

DOSBox 0.74, Cpu speed: 3000 cycles, Frameskip 0, Program: MCAL

ČEKÁM ...

**MODUL KALIBRACE : Kvadratický spline**

Data Metoda **Zadání** Výpočet Výsledky Graf Konec

Podmínky  
Volby

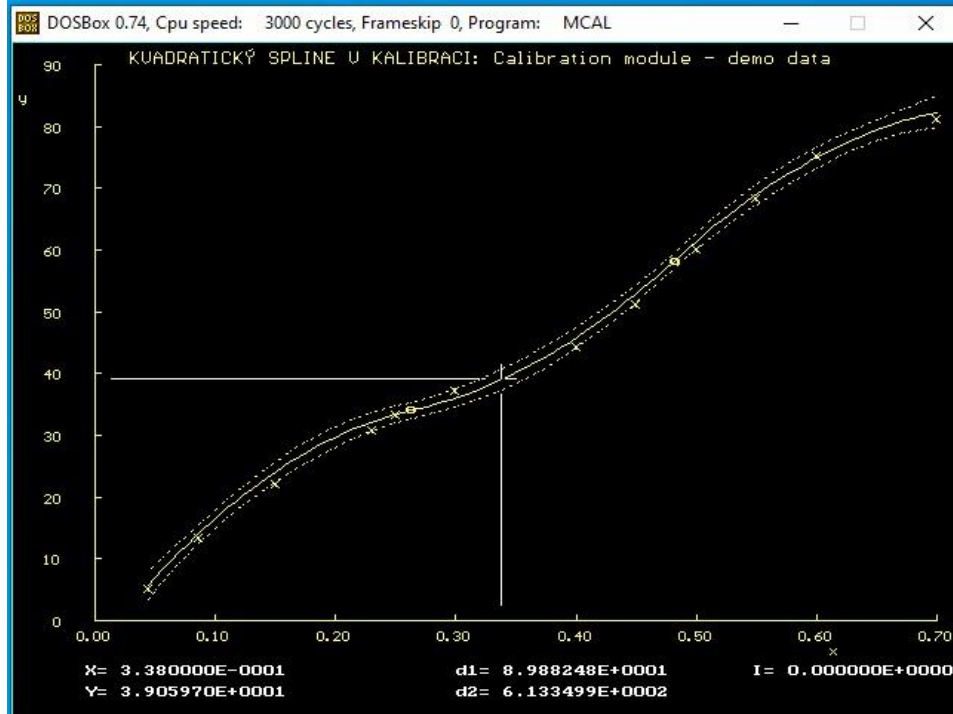
**V O L B Y**

Konfidenční pásy : Predikce Analýza extrémů : Ano  
Přesnost : 1.0000E-07  
Počet bodů v tabulce : 4 Ymin: 5.9400E+00 Ymax: 8.2000E+01

Hodnoty bodů v tabulce:  
t[ 1 ] : 39 t[ 2 ] : 46 t[ 3 ] : 56  
t[ 4 ] : 70

Volby dobře ? [A] \_

Uğběr voleb



DOSBox 0.74, Cpu speed: 3000 cycles, Frameskip 0, Program: MCAL

**V Ý S L E D K Y**

Reziduální součet čtverců, RSC : 8.9313E+00  
Průměr absolutních hodnot reziduí, Me : 7.0908E-01  
Průměr relativních reziduí, Mer[%] : 2.135  
Odhad reziduálního rozptylu, s<sup>2</sup>(e) : 1.2759E+00  
Odhad směrodatné odchylky reziduí, s(e) : 1.1296E+00

(3) ANALÝZA DERIVACÍ A INTEGRÁLŮ:

Bod	Predikovaná hodnota	První derivace	Druhá derivace	Integrál
i	y <sub>ypp[i]</sub>	der1[i]	der2[i]	int[i]
1	5.6738E+00	2.1567E+02	-7.8655E+02	0.0000E+00
2	1.4038E+01	1.8263E+02	-7.8655E+02	4.1881E-01
3	2.4116E+01	1.3230E+02	-7.8655E+02	1.6569E+01
4	3.2183E+01	6.9371E+01	-7.8655E+02	3.9424E+00
5	3.3413E+01	5.3640E+01	-7.8655E+02	4.5989E+00
6	3.6087E+01	6.6575E+01	6.1335E+02	6.3323E+00
7	4.5811E+01	1.2791E+02	6.1335E+02	1.0376E+01
8	5.2973E+01	1.5858E+02	6.1335E+02	1.2839E+01
9	6.1454E+01	1.6624E+02	-6.1923E+02	1.5698E+01
10	6.8992E+01	1.3528E+02	-6.1923E+02	1.8965E+01
11	7.4982E+01	1.0431E+02	-6.1923E+02	2.2571E+01
12	8.2317E+01	4.2391E+01	-6.1923E+02	3.0488E+01

Napověda-F1 Řádek: 71 - 93 Celkem: 109 Délka: 4843

DOSBox 0.74, Cpu speed: 3000 cycles, Frameskip 0, Program: MCAL

**V Ý S L E D K Y**

6	3.6087E+01	6.6575E+01	6.1335E+02	6.3323E+00
7	4.5811E+01	1.2791E+02	6.1335E+02	1.0376E+01
8	5.2973E+01	1.5858E+02	6.1335E+02	1.2839E+01
9	6.1454E+01	1.6624E+02	-6.1923E+02	1.5698E+01
10	6.8992E+01	1.3528E+02	-6.1923E+02	1.8965E+01
11	7.4982E+01	1.0431E+02	-6.1923E+02	2.2571E+01
12	8.2317E+01	4.2391E+01	-6.1923E+02	3.0488E+01

(4) KALIBRAČNÍ MEZE:

Kritická úroveň,	yc: -5.047467E-01	xc: 1.670997E-02
Limita detekce,	yd: 2.322668E+00	xd: 2.887882E-02

(4) KALIBRAČNÍ TABULKA:

Měřená hodnota	Inverzní odhad	Konfidenční dolní mez	Konfidenční horní mez
y <sub>exp[i]</sub>	x <sub>ypp[i]</sub>	L <sub>lypp[i]</sub>	L <sub>uxypp[i]</sub>
3.900000E+01	3.373343E-01	3.185830E-01	3.556474E-01
4.600000E+01	4.014703E-01	3.874525E-01	4.138598E-01
5.600000E+01	4.684287E-01	4.603850E-01	9.360528E-01
7.000000E+01	5.575823E-01	5.454093E-01	5.709472E-01

Napověda-F1 Řádek: 88 - 109 Celkem: 109 Délka: 4843

# Závěry o stanovení neznámé koncentrace v kalibraci

## Otázka

## Odpověď

- (1) Zjistěte míry přesnosti a obsah vzorků, když vykazovaly  $y^* = 39, 46, 56$  a 70 dílků.
- (2) Jsou v kalibračních datech nějaké odlehlé hodnoty?
- (3) Jsou splněny předpoklady metody nejmenších čtverců? Jde o lineární nebo nelineární kalibraci?
- (4) Je rozdíl mezi hodnotou limity detekce lineární a nelineární kalibrace?

## Úloha K6.17 *Kalibrační model koncentrace zinku v mléce metodou plamenové AAS*

**Zadání:** Sestrojte nelineární kalibrační model (splinem) koncentrace zinku  $x$  v mléce metodou plamenné fotometrie  $y$ , když byla použita spektrální čára 213.9 nm, šířka spektrálního intervalu 0.2 nm.

**Úkoly:**

- (1) Vyšetřete splinem parametry kalibračního modelu, míry přesnosti kalibrace a stanovte koncentraci zinku u neznámých vzorků, jež vykazovaly absorbance  $y^* = 0.105, 0.205, 0.315$  a  $0.445$ .
- (2) Jsou v kalibračních datech odlehlé hodnoty?
- (3) Je nejnižší koncentrace neznámého vzorku ještě nad limitou detekce a limitou kvantifikace?
- (4) Jak vyjádříme míry přesnosti kalibrace?

**Data:** Koncentrace zinku  $x$  [ppm], absorbance  $y$  :

$x$	$y$
0.050	0.031
...	...
1.600	0.867



DOSBox 0.74, Cpu speed: 3000 cycles, Frameskip 0, Program: MCAL

F1=nápověda F2=uložení F3=čtení F4=numerický mód F5=zoom ESC=konec

Řádek 1 Sloupec 5 Insert NUM K617.txt

```

K617x      K617y
0.05000    0.03110
0.10000    0.06270
0.15000
0.20000
0.25000
0.30000    0.19500
0.35000    0.22900
0.40000    0.26400
0.50000    0.33300
0.60000    0.39600
0.70000    0.45300
0.80000    0.50600
0.90000    0.56000
1.00000    0.61000
1.10000    0.66800
1.20000    0.71800
1.30000    0.77000
1.40000    0.81100
1.50000    0.84400
1.60000    0.86700

```

Čtení ze souboru: K617.txt

DOSBox 0.74, Cpu speed: 3000 cycles, Frameskip 0, Program: MCAL

**MODUL KALIBRACE : Kvadratický spline**

Data	Metoda	Zadání	Úpočet	Výsledky	Graf	Konec
		Podmínky				
		Volby				

**V O L B Y**

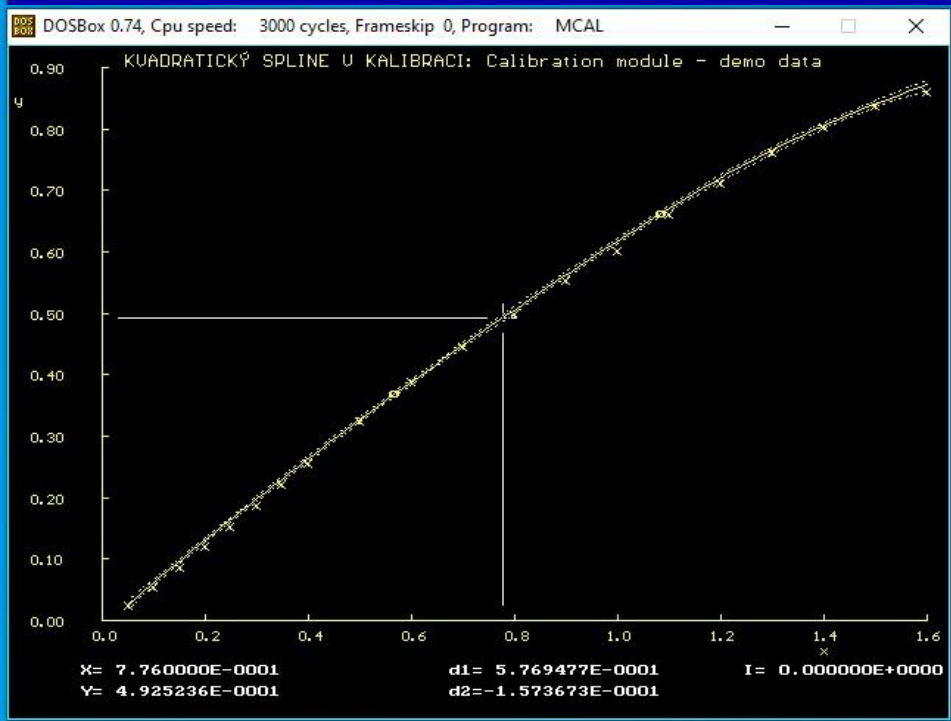
Konfidenční pásy : Predikce      Analýza extrémů : Ano  
Přesnost : 1.0000E-07

Počet bodů v tabulce : 4      Ymin: 3.1100E-02      Ymax: 8.6700E-01

Hodnoty bodů v tabulce:  
t[ 1 ] : 0.105      t[ 2 ] : 0.205      t[ 3 ] : 0.315  
t[ 4 ] : 0.445

Volby dobře ? [A] \_

Úběř voleb



DOSBox 0.74, Cpu speed: 3000 cycles, Frameskip 0, Program: MCAL

**V Ý S L E D K Y**

13	5.6286E-01	5.5743E-01	-1.5737E-01	2.5994E-01
14	6.1781E-01	5.4170E-01	-1.5737E-01	3.1899E-01
15	6.7115E-01	5.2059E-01	-4.7945E-01	3.8345E-01
16	7.2081E-01	4.7265E-01	-4.7945E-01	4.5309E-01
17	7.6568E-01	4.2470E-01	-4.7945E-01	5.2745E-01
18	8.0575E-01	3.7676E-01	-4.7945E-01	6.0606E-01
19	8.4103E-01	3.2881E-01	-4.7945E-01	6.8844E-01
20	8.7152E-01	2.8087E-01	-4.7945E-01	7.7411E-01

(4) KALIBRAČNÍ MEZE:  
Kritická úroveň,      yc: 1.467190E-04      xc: 1.348131E-02  
Limita detekce,      yd: 8.580901E-03      xd: 2.519599E-02

(4) KALIBRAČNÍ TABULKA:

Měřená hodnota	Inverzní odhad	Konfidenční interval	
yexplil	xvypilil	dolní mez	horní mez
		Llxvypilil	Luxvypilil
1.050000E-01	1.619535E-01	1.560787E-01	1.676284E-01
2.050000E-01	3.097911E-01	3.034067E-01	3.163137E-01
3.150000E-01	4.804962E-01	4.734564E-01	4.874440E-01
4.450000E-01	6.945345E-01	6.866677E-01	7.025979E-01

Napověda-F1      Řádek: 107 - 129      Celkem: 129      Délka: 6353

# Závěry o stanovení neznámé koncentrace v kalibraci

## Otázka

## Odpověď

- (1) Vyšetřete splinem parametry kalibračního modelu, míry přesnosti kalibrace a stanovte koncentraci zinku u neznámých vzorků, jež vykazovaly absorbance  $y^*$  = 0.105, 0.205, 0.315 a 0.445.
- (2) Jsou v kalibračních datech odlehlé hodnoty?
- (3) Je nejnižší koncentrace neznámého vzorku ještě nad limitou detekce a limitou kvantifikace?
- (4) Jak vyjádříme míry přesnosti kalibrace?

# Úloha K6.74 Kalibrační graf fotometrického stanovení CHSK

**Zadání:** Byla změřena absorbance v UV oblasti při 245 nm kalibračního grafu.

**Úkoly:**

- (1) Splinovou funkcí sestrojte kalibrační přímku spolu s Working-Hotellingovými pásy spolehlivosti.
- (2) Určete 95% interval spolehlivosti pro absorbanci při CHSK = 275 mg/l.
- (3) Neznámé vzorky poskytovaly absorbanci 0.905, 0.955 a 1.111.
- (4) Určete bodový a 95% intervalový odhad tří neznámých koncentrací.

**Data:** Obsah CHSK [mg/l], absorbance:

$x$	$y$
60	0.30
...	...
675	2.70

DOSBox 0.74, Cpu speed: 3000 cycles, Frameskip 0, Program: MCAL

F1=nápvěda F2=uložení F3=čtení F4=numerický mód F5=zoom ESC=konec

Řádek 1 Sloupec 5 Insert NUM K674.txt

K674x K674y

60	0.30
70	0.30
90	0.
100	0.
100	0.
120	0.50
130	0.48
130	0.70
140	0.70
195	0.95
250	1.30
250	1.50
300	1.60
300	1.65
350	1.70
350	1.80
375	1.80
375	1.65
380	1.70
450	1.75
480	1.50
500	2.30

Čtení ze souboru: K674.txt

DOSBox 0.74, Cpu speed: 3000 cycles, Frameskip 0, Program: MCAL

ČERÁM ...

MODUL KALIBRACE : Kvadratický spline

Data	Metoda	Zadáání	Úýpočet	Úýsledky	Graf	Konec
		Podmínky				
		Uolby				

**U O L B Y**

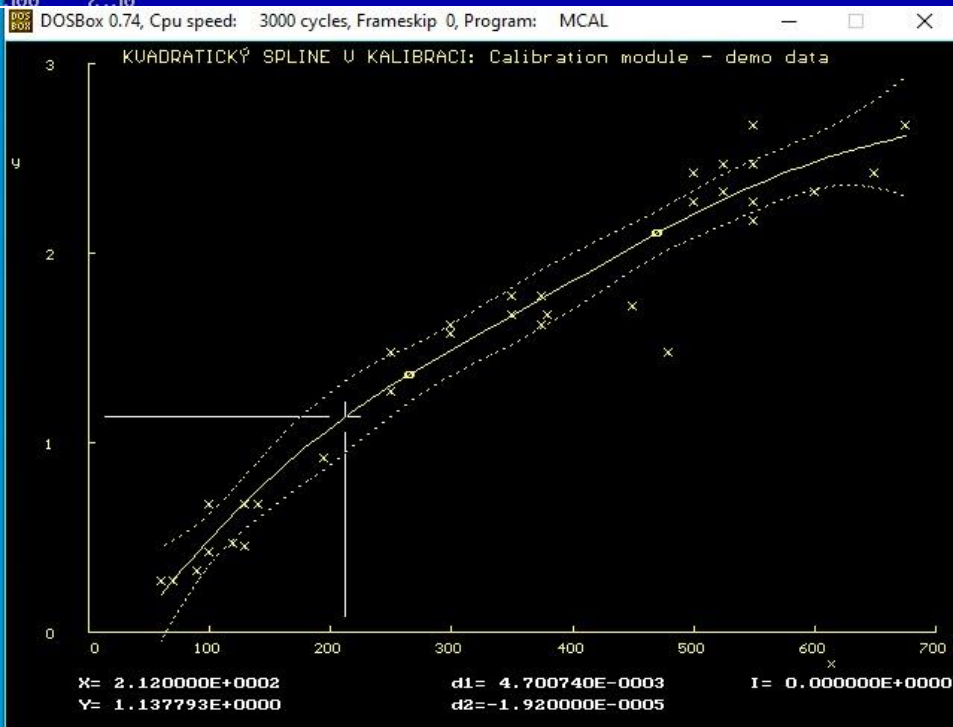
Konfidenční pásy : Predikce Analýza extrémů : Ano  
Přesnost : 1.0000E-07

Počer bodů v tabulce : 3 Ymin: 3.0000E-01 Ymax: 2.7000E+00

Hodnoty bodů v tabulce:  
t[ 1 ] : 0.905 t[ 2 ] : 0.955 t[ 3 ] : 1.111

Uolby dobře ? [A] \_

Uýbřer uolub



DOSBox 0.74, Cpu speed: 3000 cycles, Frameskip 0, Program: MCAL

**U Ý S L E D K Y**

25	2.2859E+00	2.9985E-03	-1.0652E-05	6.5022E+02
26	2.3575E+00	2.7322E-03	-1.0652E-05	7.0828E+02
27	2.3575E+00	2.7322E-03	-1.0652E-05	7.0828E+02
28	2.3575E+00	2.7322E-03	-1.0652E-05	7.0828E+02
29	2.3575E+00	2.7322E-03	-1.0652E-05	7.0828E+02
30	2.4808E+00	2.1996E-03	-1.0652E-05	8.2935E+02
31	2.5775E+00	1.6670E-03	-1.0652E-05	9.5592E+02
32	2.6158E+00	1.4007E-03	-1.0652E-05	1.0208E+03

(4) KALIBRAČNÍ MEZE:  
Kritická úroveň, yc: 3.025940E-01 xc: 7.350043E+01  
Limita detekce, yd: 4.456613E-01 xd: 9.345867E+01

(4) KALIBRAČNÍ TABULKA:

Měřená hodnota	Inverzní odhad	Konfidenční interval	
yexp[i]	xuypl[i]	llyuypl[i]	luxuypl[i]
9.050000E-01	1.666732E+02	1.408375E+02	2.030492E+02
9.550000E-01	1.757915E+02	1.478850E+02	2.130601E+02
1.111000E+00	2.063651E+02	1.714091E+02	2.438053E+02

Napověda-F1 Řádek: 143 - 164 Celkem: 164 Délka: 8610



# Závěry o stanovení neznámé koncentrace v kalibraci

## Otázka

## Odpověď

- (1) Splinovou funkcí sestrojte kalibrační přímku spolu s Working-Hotellingovými pásy spolehlivosti.
- (2) Určete 95% interval spolehlivosti pro absorbanci při  $CHSK = 275 \text{ mg/l}$ .
- (3) Neznámé vzorky poskytovaly absorbanci 0.905, 0.955 a 1.111.
- (4) Určete bodový a 95% intervalový odhad tří neznámých koncentrací.

## Úloha K6.06 *Nelineární kalibrace pro stanovení mědi v oceli*

**Zadání:** Při stanovení obsahu mědi v oceli x emisní spektrální analýzou u 11 vzorků, bylo každé měření signálu y bylo 5krát opakováno.

### **Úkoly:**

- (1) Neznámé vzorky vykazovaly  $y^* = 50, 105, 157$  a  $205$  impulzů.
- (2) Sestrojte kalibrační model kvadratickým splinem a určete míry přesnosti nelineární kalibrace.
- (3) Jsou v datech vlivné body?
- (4) Je třeba odstranit nějaké vybočující hodnoty?

**Data:** Koncentrace mědi  $x$  [%], velikost signálu  $y$  [impulzy]:

$x$	$y$
0.019	26
...	...
0.7	387

DOSBox 0.74, Cpu speed: 3000 cycles, Frameskip 0, Program: MCAL

F1=nápvěda F2=uložení F3=čtení F4=numerický mód F5=zoom ESC=konec

Řádek 1 Sloupec 5 Insert NUM K606.txt

K606x K606y

0.01900	26.00000
0.01900	28.00000
0.01900	
0.01900	
0.01900	
0.01900	
0.03000	38.00000
0.03000	33.00000
0.03000	34.00000
0.03000	41.00000
0.03000	38.00000
0.06700	63.00000
0.06700	72.00000
0.06700	60.00000
0.06700	68.00000
0.06700	64.00000
0.26000	182.00000
0.26000	166.00000
0.26000	178.00000
0.26000	160.00000
0.26000	161.00000
0.47000	301.00000
0.47000	284.00000

Čtení ze souboru: K606.txt

DOSBox 0.74, Cpu speed: 3000 cycles, Frameskip 0, Program: MCAL

Č E K Á M ...

MODUL KALIBRACE : Kvadratický spline

Data	Metoda	Zadání	Účpočet	Ús ledky	Graf	Konec
		Podmínky				
		Volby				

**U O L B Y**

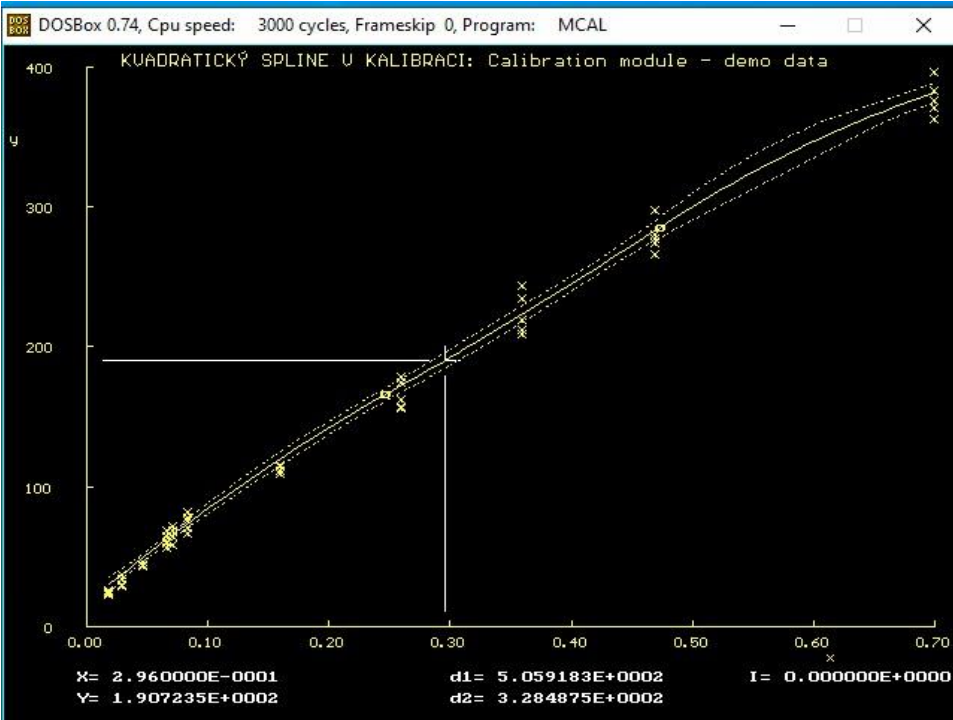
Konfidenční pásy : Predikce Analýza extrémů : Ano  
Přesnost : 1.0000E-07

Počer bodů v tabulce : 4 Ymin: 2.6000E+01 Ymax: 4.0000E+02

Hodnoty bodů v tabulce:  
t[ 1] : 50 t[ 2] : 105 t[ 3] : 157  
t[ 4] : 205

Volby dobře ? [A] \_

Uybřer voleb



DOSBox 0.74, Cpu speed: 3000 cycles, Frameskip 0, Program: MCAL

**U Y S L E D K Y**

48	2.8373E+02	5.6308E+02	3.2849E+02	7.3235E+01
49	2.8373E+02	5.6308E+02	3.2849E+02	7.3235E+01
50	2.8373E+02	5.6308E+02	3.2849E+02	7.3235E+01
51	3.8160E+02	2.8337E+02	-1.2365E+03	1.5100E+02
52	3.8160E+02	2.8337E+02	-1.2365E+03	1.5100E+02
53	3.8160E+02	2.8337E+02	-1.2365E+03	1.5100E+02
54	3.8160E+02	2.8337E+02	-1.2365E+03	1.5100E+02
55	3.8160E+02	2.8337E+02	-1.2365E+03	1.5100E+02

(4) KALIBRAČNÍ MEZE:  
Kritická úroveň, yc: 2.352834E+01 xc: 9.338894E-03  
Limita detekce, yd: 2.852028E+01 xd: 1.637150E-02

(4) KALIBRAČNÍ TABULKA:

Měřená hodnota	Inverzní odhad	Konfidenční interval	
yexp[i]	xvyp[i]	llyvyp[i]	luxvyp[i]
5.000000E+01	4.741892E-02	4.277832E-02	5.169763E-02
1.050000E+02	1.338531E-01	1.262146E-01	1.420764E-01
1.570000E+02	2.282484E-01	2.191332E-01	2.373439E-01
2.050000E+02	3.239651E-01	3.125502E-01	3.355417E-01

Napověda-F1 Řádek: 205 - 227 Celkem: 227 Délka: 13059

# Závěry o stanovení neznámé koncentrace v kalibraci

## Otázka

## Odpověď

- (1) Neznámé vzorky vykazovaly  $y^* = 50, 105, 157$  a  $205$  impulzů.
- (2) Sestrojte kalibrační model kvadratickým splinem a určete míry přesnosti nelineární kalibrace.
- (3) Jsou v datech vlivné body?
- (4) Je třeba odstranit nějaké vybočující hodnoty?